

PROGRAMAÇÃO LINEAR NO ENSINO MÉDIO: ATIVIDADES DIDÁTICAS À LUZ DA APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Luciana Boettcher de Oliveira

Tânia Baier

RESUMO

Este artigo apresenta o relato de uma vivência pedagógica desenvolvida durante aula de matemática junto com estudantes do ensino médio de uma escola pública localizada no município de Blumenau (SC). No início da aula foram apresentadas informações históricas sobre a criação da Programação Linear, uma das ferramentas da área da Matemática Aplicada denominada Pesquisa Operacional, e, em seguida, os estudantes conheceram algumas aplicações. Objetivou-se promover a aprendizagem significativa de conteúdos curriculares (função afim, inequação e equação de primeiro grau, sistemas lineares e traçado de gráficos) por meio da resolução de problema de Programação Linear usando o Método Gráfico. A organização das atividades didáticas foi fundamentada na Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel.

PALAVRAS-CHAVE: aprendizagem significativa; ensino médio; problema de programação linear.

INTRODUÇÃO

A vivência pedagógica relatada neste artigo foi desenvolvida em uma escola pública situada no município de Blumenau (SC). As ações pedagógicas foram organizadas seguindo princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel. Durante duas aulas de Matemática geminadas, totalizando 90 minutos, os 26 estudantes de uma turma de terceiro ano do ensino médio leram um pequeno texto sobre a história da criação da Programação Linear, uma das ferramentas da área da Matemática Aplicada denominada Pesquisa Operacional, conheceram diversas aplicações e resolveram, em equipes com dois componentes, um problema de Programação Linear. Elaborado com duas variáveis de

decisão, duas restrições de tempo nas máquinas e objetivando obter lucro máximo, esse problema envolvendo produção têxtil foi resolvido por meio do Método Gráfico.

Para Prado (1999, p. 15), a Programação Linear “[...] é uma técnica de otimização [...] utilizada para encontrar lucro máximo ou custo mínimo em situações nas quais temos diversas alternativas de escolha sujeita a algum tipo de restrição ou regulamentação”. Segundo Bregalda, Oliveira e Bornstein (1981, p. 61), a “Programação Linear visa fundamentalmente encontrar a melhor solução para problemas que tenham seus modelos representados por expressões lineares”. Lins e Calôba (2006, p. 55) definem três elementos que compõem a Programação Linear:

Variáveis de Decisão: são as variáveis consideradas relevantes ao problema, passíveis de quantificação e disponíveis; Função Objetivo: é uma função, produto de coeficientes pelas variáveis de decisão, que se deseja otimizar no problema, como a maximização do lucro ou minimização dos custos; Restrições: correspondem aos elementos restritivos que todo problema possui, como limitações de recursos produtivos ou capital para investimentos.

A vivência pedagógica relatada neste artigo envolve a resolução de um problema de Programação Linear relacionado com as atividades industriais têxteis da região onde está localizada a escola. Desse modo objetivou-se desenvolver atividades didáticas que possibilitassem aos estudantes atribuírem significado para os conteúdos curriculares função afim, inequação e equação de primeiro grau, sistemas lineares e traçado de gráficos.

Na próxima seção está apresentado um recorte da dissertação de Oliveira (2019) trazendo informações históricas que pode servir de material de apoio para professores que desejem abordar este tema em suas aulas. Na seção seguinte estão expostos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel que nortearam o desenvolvimento das ações pedagógicas. Na continuidade do artigo é relatada a vivência pedagógica iniciando com a investigação dos conhecimentos prévios dos estudantes e apresentando a resolução de um problema de Programação Linear. Finalizando, são tecidas algumas considerações.

TÓPICOS DA HISTÓRIA DA CRIAÇÃO DA PESQUISA OPERACIONAL

A pesquisa de Wassily Leontieff, em 1936, é considerada o primeiro passo no estudo das técnicas de Programação Linear, ao criar um modelo com equações lineares. Em 1939, foi publicado um trabalho, sob a autoria de Kantorovich, que descrevia o planejamento da produção utilizando equações lineares, sendo tal trabalho reconhecido no ocidente apenas em 1960. Logo depois da publicação do trabalho de Kantorovich, em 1940, Frank L. Hitchcock apresentou uma abordagem de Pesquisa Operacional para o problema dos transportes (PRADO, 1999).

Com a Revolução Industrial, houve um crescimento das organizações, na maioria empresas, tanto em tamanho quanto na estrutura. As organizações precisaram se dividir em setores e cada setor possuía uma especialidade. Esse crescimento industrial, que parecia favorável, tornou-se um local de convívio de pessoas com objetivos diferentes e tais objetivos não estavam mais associados aos daqueles defendidos por todos. O problema que se procurava resolver se relacionava com a eficácia da alocação de recursos para os setores, de maneira a atender toda a estrutura. Problemas como este criaram as condições necessárias para o desenvolvimento da Pesquisa Operacional. Ou seja, uma necessidade de procurar formas de realizar uma gestão eficiente utilizando uma abordagem científica.

A origem da Pesquisa Operacional está nas ações militares da Segunda Guerra Mundial. Um dos objetivos era encontrar uma maneira de alocar os recursos escassos para as operações militares. Com isso, militares britânicos e norte-americanos convocaram conceituados cientistas para resolver o problema. Esse grupo de cientistas propôs a realização de pesquisas sobre operações, o que agora é conhecido como Pesquisa Operacional. Tais pesquisas auxiliaram as forças militares britânicas na guerra. Ao fim da guerra, as atenções se voltaram ao sucesso das chamadas pesquisas sobre operações, as quais foram utilizadas, a partir de então, no contexto empresarial. A necessidade de resolver problemas ligados com a complexidade do funcionamento das empresas voltou a ser o foco principal. Os cientistas perceberam que os problemas encontrados durante e depois da guerra eram semelhantes, apenas distinguiram-se os contextos (HILLIER; LIEBERMANN, 2013).

Nos Estados Unidos, durante o período da Segunda Guerra Mundial, um problema desafiava estudiosos, além daqueles de caráter militar: o Problema da Dieta. Esse problema consistia em encontrar uma alternativa de alimentação que deveria ser econômica e possuir os nutrientes em quantidades suficientes para a manutenção da saúde. Além disso, essa

alimentação precisaria ser composta de alimentos variados e com componentes de preços diferentes. O Problema da Dieta foi publicado no jornal The New York Times e teve grande repercussão. George Stigler apresentou a melhor solução para este problema, em 1945. Sua solução parecia inusitada, pois desconsiderava preferências e priorizava a economia. A técnica de Stigler, por tentativa, foi bem aceita, apesar de sua solução para o Problema da Dieta não ser adequada. Muitos estudos foram realizados nas áreas de alimentação de animais e siderurgia, porém a técnica de Stigler estava sujeita a erros, era cansativa e nem sempre se obtinha uma solução ótima. A consolidação desta técnica de planejamento foi possível apenas em 1947, com George Dantzig (PRADO, 1999).

A partir de 1950, a Pesquisa Operacional começou a ser introduzida, não só em contexto industrial, mas também em contextos comerciais e governamentais, e assim, foi sendo cada vez mais disseminada. A aplicação da Pesquisa Operacional em outros contextos, além das guerras, não foi o único fator propulsor das pesquisas nessa área. Há outras duas condições determinantes para o desenvolvimento da Pesquisa Operacional: o progresso das técnicas e a revolução computacional. Os cientistas que trabalharam durante a guerra inspiraram outros cientistas a pesquisarem e desenvolverem pesquisas nessa área, trazendo novas técnicas como, por exemplo, o Método Simplex desenvolvido por George Dantzig em 1947 para a solução de problemas com Programação Linear. Outras técnicas como: programação dinâmica, teoria das filas e teoria do inventário foram desenvolvidas ao final dos anos 1950 (HILLIER; LIEBERMANN, 2013).

O crescimento das pesquisas nesse campo necessitava de ferramentas poderosas de cálculo. Calcular manualmente não era suficiente, mas com a ajuda de computadores, foi possível a realização de milhões de cálculos de forma mais rápida. O surgimento de computadores pessoais, nos anos 1980, possibilitou a criação de *softwares* voltados à Pesquisa Operacional e auxiliou na difusão desse campo para um número maior de estudiosos. A partir dos anos 1990, o acesso à solução de problemas avançados foi possível por meio da internet, computadores portáteis poderosos e *softwares* avançados que resolvem os mais diversos tipos de problemas das grandes organizações (HILLIER; LIEBERMANN, 2013).

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Para ocorrer a aprendizagem significativa, conforme os princípios de David P. Ausubel, são considerados os conhecimentos prévios do estudante, precisa haver a disposição do estudante para aprender e o material deve ser potencialmente significativo (MOREIRA, 1999). Focando os conhecimentos prévios, Moreira (2012, p. 9) evidencia que: “Na perspectiva da aprendizagem significativa ausubeliana, a estrutura cognitiva prévia (i.e., os conhecimentos prévios e sua organização hierárquica) é o principal fator, a variável isolada mais importante, afetando a aprendizagem e a retenção de novos conhecimentos”.

Quando o estudante possui conhecimentos prévios que facilitam sua aprendizagem posterior, tais conhecimentos são chamados de subsunçores. Moreira (2012, p. 2) define como subsunçor “[...] um conhecimento específico, existente na estrutura de conhecimentos do indivíduo, que permite dar significado a um novo conhecimento que lhe é apresentado ou por ele descoberto”.

Ausubel (2003) recomenda o uso de organizadores prévios para conectar adequadamente os subsunçores aos novos conhecimentos. Segundo Moreira e Masini (1982, p. 11-12), os organizadores prévios são “[...] materiais introdutórios apresentados antes do próprio material a ser aprendido” e sua principal função “é a de servir de ponte entre o que o aprendiz já sabe e o que ele deve saber, a fim de que o material possa ser aprendido de forma significativa”.

Os organizadores prévios podem ser “[...] um enunciado, uma pergunta, uma situação-problema, uma demonstração, um filme, uma leitura introdutória, uma simulação” (MOREIRA, 2012, p. 11). Para esse autor, há várias alternativas de organizadores prévios, sendo importante na organização dos seus formatos que contemplem vários aspectos de um mesmo contexto, de modo mais geral do que o conteúdo a ser aprendido.

É necessário resgatar os conhecimentos do estudante, possibilitando realizar conexões com o novo conceito estudado. Apenas quando não há possibilidade de resgatar os conhecimentos prévios é que se utilizam os chamados organizadores prévios como elemento para conectar informações relevantes. Essas conexões tornam-se acessíveis ao trabalhar com materiais que estimulem o estudante a atribuir significado para conceitos aprendidos e que evidenciem apenas aqueles realmente importantes. Tais materiais são chamados de potencialmente significativos (NOVAK, 1981).

Para que um material seja potencialmente significativo, é necessário estabelecer uma conexão com a estrutura cognitiva do estudante, relacionando subsunçores com novos conhecimentos. Além disso, esse processo se estabelece de forma não arbitrária, ou seja, utiliza-se um subsunçor relevante ao novo conhecimento, e de maneira não literal por meio de imagens ou símbolos e não propriamente um conceito. Para ocorrer a aprendizagem significativa, é fundamental a disposição de aprender do estudante. Sem esta condição não é possível estabelecer as conexões necessárias e muito menos aprender novos conceitos por meio de materiais potencialmente significativos.

RELATO DA VIVÊNCIA PEDAGÓGICA

Inicialmente os estudantes se organizaram em duplas e receberam material impresso contendo: (a) questões visando verificar os conhecimentos prévios sobre função afim, inequações lineares, sistemas lineares e traçado de gráficos; (b) um pequeno texto sobre história da criação da Pesquisa Operacional, focando aplicações da Programação Linear, para servir como organizador prévio porque os estudantes não conheciam esta área da Matemática; (c) o enunciado de um problema de Programação Linear e um caminho para a sua resolução com espaços em branco nas etapas de construção do modelo matemático, gráfico da região das soluções possíveis e análise dos resultados numéricos obtidos.

Para verificar os conhecimentos prévios necessários para a resolução do problema, foi solicitado o traçado do gráfico de $2x + y = 8$ e de $x + 2y \geq 6$. A dúvida inicial dos estudantes ocorreu na escolha de valores para as incógnitas ao traçar o gráfico. Algumas duplas lembraram ter estudado este conteúdo durante os anos escolares anteriores e conseguiram seguir de modo independente. Outra dúvida explicitada relacionou-se com a presença do sinal negativo, ao isolarem a variável y , que causou estranheza entre os estudantes e os fez questionar sobre a impossibilidade do traçado do gráfico da função afim. Todas as equipes marcaram os pontos de forma exagerada nos eixos cartesianos e podemos inferir que atribuíram grande importância para os valores calculados, porque os estudantes não traçaram as retas. À medida que as dúvidas iam surgindo, foram sendo esclarecidas e foi necessária uma explanação detalhada sobre os símbolos das inequações para efetuarem a representação gráfica do semiplano. Os estudantes encontraram dificuldade na construção dos gráficos das inequações nos aspectos relacionados com os sinais das desigualdades, no entanto, lembraram que os pontos são representados sobre um plano cartesiano.

Na continuidade, os estudantes efetuaram a leitura de informações históricas extraídas do produto educacional de Oliveira (2020, p. 19):

“A Pesquisa Operacional surgiu na Segunda Guerra Mundial como uma solução para a alocação de recursos escassos nas operações militares. Com o fim da guerra, as pesquisas começaram a ser implantadas no contexto empresarial como forma de alocar recursos entre setores visando otimizar os resultados. Por exemplo, obter o máximo lucro ou por mínimo custo em um processo de produção industrial. O desenvolvimento da Pesquisa Operacional se deve ao progresso das técnicas, podendo citar a programação linear como uma delas, e a revolução computacional. Computadores pessoais potentes, internet e *softwares* próprios para a resolução de problemas da pesquisa operacional permitiram que diversos problemas avançados das grandes organizações fossem solucionados com eficiência de acordo com as exigências do mundo globalizado”.

Os estudantes também leram o seguinte texto, extraído do produto educacional de Oliveira (2020, p. 20) para conhecerem as aplicações da Programação Linear:

“A Programação Linear é usada em áreas diversas como: alimentação, rotas de transporte, manufatura, siderurgia, petróleo, agricultura, investimentos, mineração, localização industrial, entre outras. Na alimentação: auxilia na escolha de alimentos objetivando custo mínimo e com nutrientes semelhantes que permita uma variedade de refeições, tanto para pessoas quanto para os animais. No transporte: a preocupação é estabelecer uma rota de mínimo custo e em menor tempo. Na manufatura: na escolha da composição dos produtos a serem fabricados respeitando os limites das possíveis restrições de mercado e obtendo lucro máximo para a empresa. Na siderurgia: ao escolher os minérios de acordo com suas especificações para obter produção máxima e de mínimo custo. Nas usinas de petróleo: na produção de seus derivados, com mínimo custo de produção. Na agricultura: na seleção de alimentos a serem plantados respeitando certas condições de plantio e mercado, e obtendo lucro máximo. Nos investimentos: ao optar pelas melhores ações, objetivando o lucro máximo, mas obedecendo as restrições governamentais e previsões de máxima lucratividade. Na mineração: ao sequenciar a melhor forma de lavrar o minério, levando em consideração a composição, o posicionamento e custos de extração. Na localização industrial: indicando o melhor local para fábricas e depósitos de um novo empreendimento para minimizar custos de entrega dos produtos aos varejistas”.

A seguir, está apresentado o problema de Programação Linear resolvido pelos estudantes, uma das atividades didáticas que compõe o produto educacional de Oliveira (2020, p. 21). O modelo matemático desse problema e a sua resolução detalhada não estão expostos no presente artigo podendo ser encontrados no produto educacional citado.

“João mora com sua família no interior do Estado e decidiu realizar um qualificado curso presencial de Administração de Empresas em Blumenau. Visando recursos financeiros para pagar suas despesas, João comprou uma pequena malharia e decidiu diversificar a produção acrescentando dois produtos, camisetas e regatas, que serão vendidos em lotes. Cada um deles deve ser processado por duas máquinas, M1 (máquina de corte) e M2 (máquina de costura). Devido à programação de outros produtos, que também utilizam essas máquinas, a máquina M1 tem 24 horas de tempo disponível para produzir camisetas e regatas, enquanto a máquina M2 tem 16 horas de tempo disponível. Para produzir um lote de camiseta, gastam-se 4 horas em cada uma das máquinas M1 e M2. Para produzir um lote de regata, gastam-se 6 horas na máquina M1 e 2 horas na máquina M2. Cada lote de camisetas vendidas gera um lucro de R\$ 80,00 e a venda de cada lote de regatas gera o lucro de R\$ 60,00. Existe uma previsão máxima de demanda de 3 lotes de regatas, não havendo restrições quanto à demanda de camisetas. Quantos lotes de camisetas e quantos lotes de regatas devem ser produzidos para maximizar o lucro?” (Adaptado de MOREIRA, 2007, p.14).

Observa-se que esse problema possui duas variáveis de decisão e apenas duas restrições relacionadas com limitação de tempo de uso de máquinas de corte e de costura. Assim sendo, foi possível a sua resolução por meio do Método Gráfico durante o tempo de duas aulas totalizando 90 minutos. Não houve tempo suficiente para a redação final da análise da solução numérica obtida, os estudantes concluíram os seus textos em casa e entregaram posteriormente.

Todos os estudantes esperavam resolver rapidamente o que era pedido, por meio de tentativas, e usar o menor tempo possível lendo com cuidado as informações no texto do problema a ser resolvido. O mesmo ocorreu nas questões relacionadas com as inequações e os estudantes de imediato escreviam expressões matemáticas sem anteriormente descrever com suas palavras, nos espaços em branco do caderno impresso, as relações entre as informações do enunciado. Os estudantes, visando agilizar a resolução do problema, antes de colocar no papel um pequeno texto explicando quais informações estavam relacionadas,

preferiram escrever expressões algébricas de modo equivocado contendo os algarismos presentes no enunciado, ou seja, destituídas de significado. Após as tentativas rápidas de substituir números nas inequações revelarem-se infrutíferas por produzirem respostas absurdas, todas as equipes se convenceram da necessidade de seguir as etapas do método detalhadamente expostas no material impresso que receberam.

À medida que os estudantes interpretavam as informações e formulavam respostas, foram auxiliados com os gabaritos das questões impressos em papel (função objetivo, restrições e gráfico), sendo colados nos espaços destinados para este fim no material impresso.

Após a confirmação da exatidão do modelo matemático do problema por meio da observação do gabarito impresso que foi entregue, todos os estudantes procuravam resolver sistemas lineares escolhidos de modo aleatório, não buscando uma conexão com o problema. No material impresso, após o modelo matemático, estava o espaço destinado à construção do gráfico das inequações para delimitar a região das soluções possíveis e também o quadro de valores a ser preenchido para encontrar o lucro máximo, localizado em um dos vértices da região desenhada. Os estudantes optaram por montar um quadro de valores à parte, ignorando aquele que se encontrava como sugestão, indicando o valor zero para y e depois o valor zero para x . Após encontrarem os valores faltantes nos quadros, construíram os gráficos das restrições do problema e todas as equipes encontraram dificuldade na representação gráfica da restrição relacionada com a demanda fixa de lotes de regatas, $y = 3$, provavelmente por não envolver uma incógnita. Outra dúvida quanto ao gráfico relacionou-se com a possibilidade de todas as retas obtidas estarem num mesmo sistema de eixos cartesianos; os estudantes manifestaram seu entendimento de serem necessários vários sistemas de eixos cartesianos, um para cada restrição. Após explicação de que todas as restrições deveriam ser satisfeitas simultaneamente, o gráfico das expressões matemáticas relacionadas com as restrições foi feito em um único sistema de eixos. Para verificar se a região das soluções possíveis foi marcada de modo correto, todas as equipes usaram como apoio o gabarito que havia sido colado no material impresso.

Conforme seguiam buscando determinar a quantidade de lotes de produtos têxteis a serem produzidos para obter o lucro máximo, os estudantes rascunhavam tabelas e quadros com o objetivo de organizar a situação proposta. Outra opção encontrada foi resolver

diversos sistemas de equações usando método de adição ou de substituição como maneira de organizar e encontrar valores que solucionassem o problema. Efetuar cálculos por tentativas aleatórias sempre foi a primeira opção de todas as equipes, desde a obtenção do modelo matemático até o cálculo do lucro máximo.

Ao passar pelas mesas dos estudantes, ouvindo as conversas e esclarecendo dúvidas, percebeu-se que a grande preocupação dos estudantes era a coerência e a exatidão do que estavam calculando, uma vez que a cada resultado alcançado verificavam se era possível a fabricação daquela quantidade de regatas e camisetas com os escassos recursos maquinários disponíveis. Ou seja, atribuíram significado para os conteúdos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A resolução de problemas das grandes empresas que se referem à otimização, por exemplo, maximização do lucro ou minimização de custo, torna-se possível por meio de técnicas da Pesquisa Operacional. O problema de Programação Linear desenvolvido junto com os estudantes possibilitou o conhecimento de alguns conceitos dessa área da Matemática. Em sala de aula estavam envolvidas apenas duas variáveis de decisão, mas foi possível o entendimento de que modelos matemáticos com milhares de variáveis são resolvidos nas atividades industriais com a utilização de *softwares* específicos. O Método Gráfico usado pelos estudantes possibilitou a aprendizagem significativa dos conteúdos função afim, inequação e equação de primeiro grau, sistemas lineares e traçado de gráficos.

É importante a investigação dos conhecimentos prévios dos estudantes antes da apresentação do Método Gráfico, por estarem relacionados com conteúdos matemáticos que precisam estar presentes nas suas estruturas cognitivas. O cálculo da quantidade de produtos que deve ser produzida para obter o lucro máximo depende de um modelo matemático preciso e do gráfico correto. Assim sendo, os gabaritos impressos correspondentes aos diversos passos do Método Gráfico contribuíram para todos os estudantes obterem o resultado numérico final, pois bastava um pequeno erro em alguma das etapas e a solução não seria alcançada.

No relato apresentado neste artigo o problema foi organizado em um contexto de produção têxtil porque é uma atividade presente na região onde os estudantes residem. Para ocorrer a aprendizagem significativa de conteúdos matemáticos é fundamental que as

atividades sejam organizadas de modo a possibilitar a disposição dos estudantes para aprenderem e, um dos modos, é abordar temas presentes em suas vivências.

Espera-se que este relato inspire professores que atuam no Ensino Médio a desenvolverem junto com seus estudantes temas matemáticos contemporâneos em contextos que promovam a aprendizagem significativa dos conteúdos curriculares. Considera-se que problemas de Programação Linear com duas variáveis de decisão por meio do Método Gráfico podem ser resolvidos no início de disciplinas de cursos universitários e também em outros setores da sociedade, por exemplo, espaços de educação não formal e cursos para funcionários de empresas que utilizam Programação Linear na tomada de decisões.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção de conhecimentos**: uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

BREGALDA, P. F.; OLIVEIRA, A. A. F.; BORNSTEIN, C. T. **Introdução à programação linear**. 3. ed. Rio de Janeiro: Campus, 1981.

HILLIER, F. S.; LIEBERMANN, G. J. **Introdução à pesquisa operacional**. 9. ed. Porto Alegre: AMGH, 2013.

LINS, M. P. E. ; CALÔBA, G. M. **Programação linear**: com aplicações em teoria dos jogos e avaliação de desempenho. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

MOREIRA, D. A. **Pesquisa operacional**: curso introdutório. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa**: a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

MOREIRA, M. A. **Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa**. 2012.

Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/ORGANIZADORESport.pdf>. Acesso em: 01 abr. 2022.

MOREIRA, M. A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

OLIVEIRA, Luciana Boettcher de. **Programação Linear à Luz da Aprendizagem Significativa**: uma abordagem para o ensino médio. 2019. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau. Disponível em https://bu.furb.br/docs/ds/2020/366810_1_1.pdf. Acesso em: 01 jun. 2022.

OLIVEIRA, Luciana Boettcher de. **Programação Linear**: atividades didáticas para a aprendizagem significativa de matemática. 2019. Produto educacional (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Regional de Blumenau. Disponível em <http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/565003> e em https://bu.furb.br/docs/DS/2020/366810_2_1.PDF. Acesso em: 01 jun. 2022.

PRADO, D. **Programação linear**. Belo Horizonte: Ed. de Desenvolvimento Gerencial, 1999.