



III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática

Temática: Práticas Pedagógicas de Professores que Ensinam Matemática Pós-Pandemia



UTILIZANDO ATIVIDADES COM O GEOGEBRA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA COM ÊNFASE NOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

Rubens Saviano¹

Wagner Barbosa de Lima Palanch²

Resumo

Este minicurso apresentará uma experiência a ser vivenciada pelos cursistas do III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática. Será ministrado com o objetivo de introduzir o uso do Software GeoGebra no ensino de Geometria através de recursos tecnológicos mediante aplicação pedagógica na aplicação de algumas atividades relacionadas a disciplina no Laboratório de Informática com ênfase nos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. optamos em trabalhar atividades investigativas onde os cursistas terão oportunidade de testar os conhecimentos teóricos na prática através de manipulações, observações e discussões sobre os conteúdos desenvolvidos e, com o uso de recursos tecnológicos as atividades se tornarão satisfatórias alcançando nosso principal objetivo que é um melhor aprendizado no ensino da Geometria.

Palavras-chave: Geometria Plana; Registros de Representação Semiótica ; Software de Geometria Dinâmica GeoGebra.

Quantidade de Participantes:

- () até 15 participantes;
- (x) até 30 participantes;
- () até 50 participantes;

¹Professor da Faeterj/Paracambi e aluno do Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Rubens.Saviano@faeterj-paracambi.rj.gov.br

²Professor Dr. Wagner Barbosa de Lima Palanch. Professor do Programa de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Cruzeiro do Sul. Wagnerpalanch@gmail.com

A introdução de novas tecnologias no ensino tem levantado várias questões tais como as preocupações relacionadas às novas dinâmicas da sala de aula, ao novo papel exercido pelos professores, dos alunos, do conhecimento transmitido e do papel do computador em sala de aula.

O objetivo deste trabalho é discutir e encontrar meios de abordar conceitos de Geometria Plana nas diversas séries da Educação Básica, assim como do Ensino Superior sendo a ferramenta utilizada nessas discussões o *software* de geometria dinâmica GeoGebra.

O GeoGebra é um programa livre , isso é, nada é cobrado por ele, sendo escolhido para nosso estudo por ser recente sua inserção no meio acadêmico e por ser necessário pesquisar mais e mais sobre sua utilização da melhor forma e sob suas possíveis limitações.

Sua utilização deve contemplar a visualização de conceitos e propriedades, requerendo assim um anterior preparo do encaminhamento metodológico e da proposta de trabalho que se quer desenvolver com o aluno.

Para Cruz (2005, p.16) , um ambiente dinâmico e interativo é o ambiente computacional que permite aos alunos construir e realizar investigações sobre propriedades e conceitos matemáticos. manipulando o objeto e seus elementos dinamicamente, na tela do computador e, identificando especificamente as características das figuras geométricas,

Para Cruz (2005, p.17) “a compreensão dos conceitos geométricos é favorecida quando estes são explorados em um ambiente dinâmico e interativo, pois, tal ambiente, configura-se em um recurso que pode possibilitar a transmissão entre o conhecimento que o aluno já acumula e a facilidade para conjecturar que o computador proporciona”.

Outra definição apresentada para um ambiente dinâmico e interativo é a dada por Amorim (2003) que diz ser aquele em que podemos entender como o ambiente do computador formado por diversos *softwares* disponíveis no mercado e que possibilitam trabalhar com a Geometria , explorando, principalmente , o movimento e a manipulação e, na qual os usuários desses *softwares* podem tirar suas próprias conclusões.

Já em Fainguelernt (1999, p.53) encontramos a seguinte definição para os ambientes virtuais , ou seja:

“os ambientes que caracterizam um espaço virtual oferecem oportunidades aos aprendizes para construir redes conceituais de conhecimento. É a utilização do computador como meio de envolver alunos e professores em atividades de exploração e simulação, criando um ambiente onde lhes é pedido que simulem situações, construam um procedimento, comprovem, encontrem seus erros, corrijam, consertem, refaçam, procurem adequações e as estendam a procedimentos mais gerais”.

Destacamos que a simples utilização dos recursos computacionais por si só não garantem mudanças e, nesse sentido, o professor que se propõe a utilizar a informática na sala de aula deverá ser cuidadoso e ter uma visão crítica pois, sendo assim, será possível evitar equívocos, muitas vezes provocadas pelo visual atrativo que as mídias informáticas oferecem e que, não sendo baseadas em metodologias condizentes, podem simplesmente reforçar as mesmas práticas metodológicas que privilegiam a transmissão do conhecimento.

A Geometria é subdividida em dois grupos, ou seja, a Geometria Euclidiana e a Geometria não Euclidiana. A Euclides e seus estudos devemos o que chamamos de Geometria Euclidiana. Viveu, muito provavelmente no Século III a.C sendo chamado de pai da Geometria já que foi o primeiro a reunir toda a Geometria em uma única obra chamada por ele de “Os Elementos” e baseou a Geometria Plana em cinco postulados sendo que o quinto desses que afirmava que por um ponto fora de uma reta passa uma única reta paralela à essa reta dada, sendo esse postulado é muito mais sofisticado que os demais, levantando dúvidas entre os matemáticos, desde sua época até meados do século XIX quando um matemático russo, chamado Lobashevsky resolveu reconstruir a Geometria, utilizando a negação do quinto postulado de Euclides.

Lobashevsky considerou o contrário, ou seja: por um ponto fora de uma reta passa mais de uma reta paralela à uma reta dada.

Os objetos e as figuras geométricas são definidos da mesma forma que a Geometria Plana sendo a única diferença a definição do quinto postulado.

Os resultados obtidos por ele são divididos da seguinte forma: aqueles que não dependem do quinto axioma de Euclides são idênticos à Geometria tradicional e os que

dependem são diferentes. Por exemplo, a soma dos ângulos internos de um triângulo, nas geometrias a partir de Lobachevsky não é igual a 180° .

Seus estudos deram origem à Geometria Riemanniana e abriram uma ponte para a construção de outras Geometrias completamente distintas na Geometria Plana e da Espacial que conhecemos sendo um fato interessante o fator de seus resultados possuírem aplicações diversas no nosso dia a dia.

A Geometria Dinâmica

A Geometria Dinâmica existe há muito tempo, já que as idéias são dinâmicas. O GeoGebra é um instrumento de fácil acesso, tecnologia que possibilita explorar e visualizar a dinamicidade existente na Geometria. Sendo assim, reforça conceitos e propriedades que os alunos tem dificuldades de visualizar as invariantes dos objetos matemáticos diante de alterações de posições e sob a ação de movimentos imaginários tais como a imitação da reta e da simetria, a imitação dos segmentos dos segmentos de reta, propriedades dos polígonos, do teorema de Thales, da condição de existência de triângulos, entre outros.

Os Softwares de Geometria Dinâmica

Na concepção de ambiente dinâmico e interativo que será abordada neste minicurso, inserimos os *softwares* de Geometria Dinâmica, assunto este que tem sido adotado por vários pesquisadores no desenvolvimento de suas pesquisas nas últimas décadas. Alguns destes *softwares* são considerados de Geometria Dinâmica e que são frequentemente utilizados para abordagens voltadas para o ensino de conteúdos da área, na qual se inserem a Geometria Euclidiana, a Geometria não Euclidiana e outras, são enumeradas por Amaral (2002,p.20).

Os *softwares* relacionados por esta pesquisadora são: o Cabri-Gèomètre, o Geometriks, o Geometer's Sketpad, o Geotri Inventor, o Geoplan, o Cinderella e o Dr. Geo. Nesse conjunto de *softwares*, pode-se inserir o Tabulae, projetado, desenvolvido e divulgado por pesquisadores da Universidade Federal do Rio de Janeiro, o aplicativo "Régua e Compasso, (C&R), desenvolvido pelo professor Rene Grothmann da Universidade Católica de Berlim, na Alemanha e o GeoGebra, desenvolvido pelo professor Markus Hohenwarter, da Flórida Atlantic University.

Para Rodrigues (2002, p.30) as principais características de um *software* de Geometria Dinâmica são:

“a interface é baseada em janelas, ícones, menus e apontador e a ênfase está no estilo de interação em manipulação direta. Os elementos geométricos podem ser transformados de forma interativa, isto é, ao controle do mouse, pelo ato de clicar e arrastar, os objetos criados podem ser mesclados, transladados e rotacionados (...). Uma instância isolada de um objeto geométrico na tela representa uma classe completa de objetos com a mesma definição. Um quadrado na tela é estático, mas se um de seus vértices for movimentado, ele também mudará de aparência. Mesmo assim, as propriedades da definição de um quadrado são mantidas, ou seja, todos os lados terão comprimentos iguais e os seus ângulos medirão 90° . Como no mundo físico real, muitos objetos se movem de forma dependente das condições impostas por outros objetos. Conceitos como paralelismo, perpendicularismo e pertinência a lugares geométricos, entre outros, permitem a construção de elementos que dependem de regras preestabelecidas.

Neles, não existe a necessidade de os usuários – no caso, alunos e professores – conhecerem os recursos de linguagem e programação. Seus processos de representação se aproximam muito de meios de representação das mídias tradicionais, diferindo-se significativamente quanto aos modos de construção, proporcionando agilidade, rapidez, estética e perfeição, e, nesse sentido, a relevância está no fato de que não prioriza o domínio de uma sintaxe e morfologias completamente desconhecidas.

Para Cruz (2005, p.24) os *softwares* de Geometria Dinamica tratam-se de programas que, ao serem aplicados, alicerçados por propostas pedagógicas, facilitam o exercício do ensino no terreno da educação matemática, por meio de seu uso na construção de figuras e exploração de conceitos geométricos.

Optamos em desenvolver nossa pesquisa utilizando o *software* GeoGebra pelo fato de o mesmo ser um *software* livre, ou seja, um programa que permite copiar, executar, aperfeiçoar, estudar, modificar e distribuir o programa com liberdade, sem fins lucrativos, com ausência da interface de seus autores (MARINHO, 2010).

Sua primeira versão foi lançada em 2001, a partir de um projeto correlato a sua dissertação de mestrado tendo a mesma alcançado premiações e alguns patrocínios em diversas academias e instituições de ciências internacionais tendo ganho o prêmio de *software*

educacional Alemão tendo servido de base para as pesquisas de seu doutorado na Universidade de Salzburgo, na Austria.

Seu uso inicial com valores educacionais se deu inicialmente na Europa e nos Estados Unidos vindo em seguida a ser utilizado na América Latina tendo sido realizado, pelo mundo inteiro, varias conferências que reúnem nomes notórios no desenvolvimento da matemática. No Brasil, destacamos os trabalhos desenvolvidos nos institutos de matemática da Universidade Federal Fluminense e na Pontificia Universidade Católica de São Paulo.

Segundo Andrade (2012) o GeoGebra foi elaborado com a finalidade de se obter uma ferramenta para auxiliar o ensino naquilo que se refere aos procedimentos algébricos e geométricos, como um meio dinâmico e inovador. É preciso que os professores se adéqüem a essa nova realidade que nos traz como uma das propostas principais da tecnologia da informação.

Silva (2014) analisa que a utilização do GeoGebra se justifica por ser algo diferente das aulas rotineiras e monótonas, visto que o dinamismo e a interatividade com o programa atraem a atenção do aluno e faz com que este se envolva mais com o que fora proposto ao ensino, interaja, aprenda e indague cada vez mais ao professor.

O GeoGebra pode ser adquirido através do site WWW.geogebra.org. A máquina a ser instalado o programa deverá ter a linguagem Java habilitada, porém, caso não tenha, o GeoGebra direciona para o download do Java

APRESENTAÇÃO GERAL DO PROGRAMA

Com relação à interface do *software*, pode-se dizer que à mesma se divide em cinco partes. A primeira delas corresponde à Janela de Álgebra, que apresenta equações das figuras produzidas pelo usuário, além de coordenadas e valores das medições. Através dela podemos, também, renomear, alterar as propriedades e/ ou exibir/esconder um objeto da zona gráfica.

A segunda é a sua Barra de Menus, que é a região do GeoGebra que apresenta Janelas com funções específicas onde o usuário pode abrir arquivos, salvar eles, fechar arquivos, configurar ferramentas, etc. Fica localizada na parte superior da zona gráfica, e é

composta pelas seguintes opções: Arquivo, Editar, Exibir, Opções, Ferramentas, Janela e Ajuda.

Utilizando o menu Exibir, localizado na barra de ferramentas, pode-se personalizar a interface do Programa, podendo-se, por exemplo, exibir/esconder diferentes elementos da mesma, como exemplo, a janela algébrica, a barra de ferramentas, os eixos coordenados, a malha, entre outras opções, bastando marcar/desmarcar o item desejado neste menu.

A terceira é a Barra de Ferramentas, que possui todas as ferramentas a serem empregadas na produção de objetos que venham a ser estudados. Ao selecionar uma de suas ferramentas, uma breve descrição sobre seu uso irá aparecer à direita da barra de ferramentas.

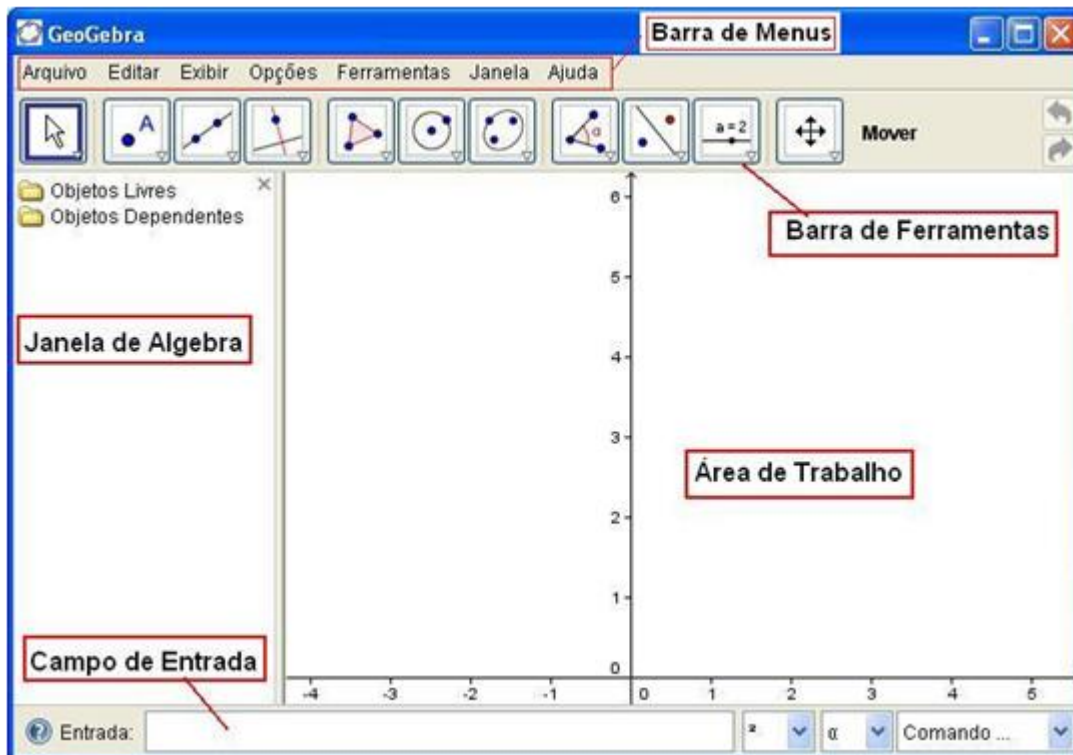
A quarta que compreende a área de trabalho onde são exibidos pontos, segmentos de reta, vetores, cônicas e outras funções elaboradas pelo usuário.

E, finalmente, a quinta parte do GeoGebra onde encontramos um Campo de Entrada de textos (ou de comandos) que funciona como um espaço apropriado para o usuário escrever coordenadas de pontos, de funções e comandos que precisar.

Podemos aqui, no Campo de Entrada, utilizar a ferramenta “Ajuda”, localizada no canto inferior direito, ao lado do campo de entrada, ferramenta esta que dispõe de um menu de comandos com informações necessárias para as opções Funções Matemáticas com todos os Comandos de Álgebra, Cônicas, Diagramas, Estatística, Funções, Cálculo, Geometria, Lógica, Otimização, Probabilidades, Programação, Transformações e Vetores e Matrizes e, sendo assim, ao selecionarmos um desses itens, aparecerá uma caixa de texto com informações necessárias para a utilização do comando que desejamos.

Destacamos também a presença do menu símbolos que está localizado no canto direito do campo de entrada de texto e que disponibiliza alguns símbolos matemáticos mais usados para nomear um objeto matemático ou inserir um comando através do campo de entrada.

Figura 1- Interface do Software GeoGebra



Fonte: Software GeoGebra versão 5.2

Conforme observamos na figura 1, o GeoGebra apresenta uma grande quantidade de ferramentas que possibilita ao usuário realizar diversos tipos de construções de objetos geométricos, que é o nosso objetivo. Apresentamos a figura 2 com algumas dessas ferramentas e suas funções.

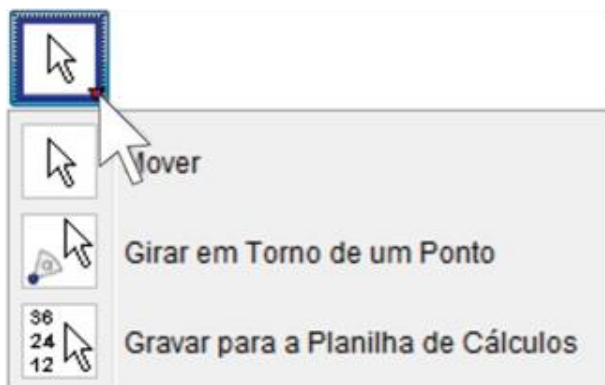
Figura 2 – Ferramentas e funcionalidades do GeoGebra



Fonte: *Software* GeoGebra versão 5.2

A Barra de Ferramentas do GeoGebra está dividida em 12 Janelas, como vemos na Figura 2 onde cada uma delas possui varias funcionalidades. Para visualiza-las basta clicar sobre a seta no canto inferior do ícone e, então irão aparecer as opções referentes as Janelas que descreveremos a seguir:

1 – Ferramentas da Janela 1





Mover: Esta ferramenta utilizada para arrastar e mover objetos livres. Ao selecionar um objeto no modo *Mover*, pode-se apagar o objeto pressionando a tecla *Delete*, ou então movê-lo usando o mouse ou as setas do teclado. Também é possível ativar a ferramenta *Mover* pressionando a tecla *ESC*.



Girar em Torno de um Ponto: Selecione primeiro o ponto que será o centro da rotação. Depois, você pode rodar objetos livres em torno desse centro, arrastando-os com o mouse. Note que, a distância entre os dois objetos permanecerá a mesma.



Gravar para planilha de cálculos: Após selecionar diversos objetos na Janela de Visualização é possível transportar estas informações para a planilha de cálculos. Além disso você pode gravar na planilha de cálculos as alterações e variações dos valores de determinados objetos conforme forem sendo modificados.

2- Ferramentas da Janela 2



Novo Ponto: Para criar um novo ponto, selecione esta ferramenta e em seguida clique na janela de visualização. Clicando em um segmento, reta, polígono, cônica, gráfico de função ou curva, você pode criar um ponto nesse objeto. Clicando na intersecção de duas linhas cria-se um ponto de intersecção.



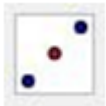
Ponto em Objeto: Esta ferramenta permite criar um ponto dependente de um objeto. O ponto criado só será movido dentro do objeto. Além do mais, ao mover o objeto o ponto criado também se moverá. No caso de um polígono, para criar um ponto que é fixado a um objeto, clique no botão da ferramenta e depois no objeto. Este novo ponto pode ser movido através da ferramenta *Mover*, mas apenas dentro do objeto. Para colocar um ponto interior de um círculo ou elipse será necessário aumentar a opacidade (transparência) destes. Se você clicar no perímetro de um objeto (por exemplo: círculo, elipse, polígono), então o ponto será fixado ao perímetro ao invés do interior.



Vincular/Desvincular Ponto: Para anexar um ponto a um determinado objeto, primeiro clique em um ponto livre e, em seguida, sobre o objeto para o qual você deseja anexar este ponto. O ponto se tornará dependente e só poderá ser movido dentro do objeto.



Interseção entre objetos: Os pontos de interseção de dois objetos podem ser criados selecionando dois objetos, assim todos os pontos de interseção serão criados; ou então, clicando-se diretamente sobre uma interseção de duas linhas, assim apenas um ponto de interseção será criado.

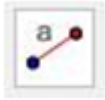


Ponto Médio: Com esta ferramenta pode-se obter o ponto médio entre dois pontos ou de um segmento. Para isso, basta selecionar a ferramenta, e em seguida clicar em dois pontos ou em um segmento para obter o respectivo ponto médio. Também é possível clicar numa seção cônica (por exemplo, circunferência) para criar o respectivo centro.



Número Complexo: Possibilita criar um ponto no plano imaginário, sendo o eixo das Abcissas (x) o eixo Real (Re) e o eixo das Ordenadas (y) o Imaginário (Im).

3 – Ferramentas da Janela 3



Segmento de Comprimento Fixo: Clique num ponto A (que será o extremo inicial do segmento), e em seguida, especifique o comprimento desejado no campo de texto da janela de diálogo que irá aparecer. Será criado um segmento com o comprimento desejado e de extremos A e B, o qual poderá ser rodado em torno do ponto inicial A utilizando a ferramenta *Mover*.



Caminho Poligonal: Com esta ferramenta pode-se calcular o caminho poligonal, selecionando-se todos os pontos (vértices) desejados. A linha poligonal criada será fechada ao clicar novamente no vértice inicial, com isso você terá o valor da soma das distâncias entre os vértices.



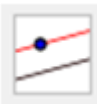
vetor: Clique num ponto qualquer A (que será o extremo inicial do vetor), e em seguida, num ponto B (que será o extremo final do vetor). Será criado um vetor AB.

4 – Ferramentas da Janela 4

Nesta janela destacamos as seguintes ferramentas:



Reta Perpendicular: Com esta ferramenta, pode-se construir uma reta perpendicular a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígono. Assim, para se criar uma perpendicular, deve-se clicar sobre um ponto e sobre uma direção, que poderá ser definida por qualquer um dos objetos citados anteriormente.



Reta Paralela: Utilizando esta ferramenta, pode-se construir uma reta paralela a uma reta, semirreta, segmento, vetor, eixo ou lado de um polígono. Para criar a reta paralela, basta clicar sobre um ponto e sobre uma direção, que poderá ser definida por qualquer um dos objetos recentemente citados.



Bissetriz: Através desta ferramenta, podemos definir uma bissetriz selecionando três pontos A, B e C, obtendo-se assim a bissetriz do ângulo ABC; ou então selecionando duas retas, semirretas, segmentos de reta ou vetores. Neste caso, serão determinados todos os ângulos existentes entre o par de objetos utilizado.



Reta Tangente: Com esta ferramenta, é possível construir as retas tangente a uma circunferência, cônica ou função, a partir de um determinado ponto. Para isso, deve-se clicar em um ponto e depois no objeto ao qual a reta (ou retas) será tangente.

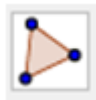


Reta de Regressão Linear: Com esta ferramenta, pode-se encontrar a reta que melhor se ajusta a um conjunto de pontos. Podemos fazer isso criando um retângulo de seleção que contenha todos os pontos desejados, ou então selecionando uma lista de pontos, citados anteriormente.



Lugar Geométrico: Esta ferramenta constrói automaticamente o lugar geométrico determinado pelo movimento de um objeto (ponto, reta, etc.) ao longo de uma trajetória.

5 - Ferramentas da Janela 5



Polígono: Com esta ferramenta, pode-se construir um polígono irregular com a quantidade de lados desejada. Para isso, selecione sucessivamente pelo menos três pontos, os quais serão os vértices do polígono, e depois clique no ponto inicial para fechar o polígono. Note que, a área do polígono construído será mostrada na janela de álgebra.



Polígono Regular: Com esta ferramenta, pode-se construir um polígono regular a partir de um lado. Selecione dois pontos A e B e especifique o número total de vértices no campo de texto da janela de diálogo que aparece. Isto te dá um polígono regular com n vértices (incluindo A e B).

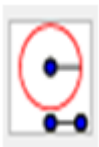
6 – Ferramentas da Janela 6



Círculo dados centro e um de seus pontos: Para construir um círculo, basta criar (ou selecionar) um ponto na janela de visualização, para definir o centro do círculo. Em seguida, finaliza-se a construção criando (ou selecionando) um segundo ponto, o qual ficará sobre a circunferência.



Círculo dados centro e raio: Com esta ferramenta, podemos construir um círculo a partir de centro e com comprimento de raio definidos. Para isso, basta clicar no plano (ou em um ponto), para definir o centro da circunferência. Em seguida, aparecerá uma caixa de texto na tela, solicitando a medida do comprimento do raio. Digite o comprimento desejado e aperte Enter ou clique OK.



Compasso: Esta ferramenta permite fazer transporte de medidas, ou seja, possui

função semelhante à de um compasso. Para usar esta ferramenta, basta clicar em dois pontos (o que seria equivalente a abrir o compasso na medida deste segmento) e depois em um terceiro ponto, para onde se quer transportar a medida selecionada.



Arco circular dados centro e dois pontos: Para construir um arco circular a partir de um centro e dois pontos, é preciso criar um ponto ou então clicar sobre um ponto já existente (o qual será o centro do arco circular); e em seguida clique em mais dois pontos. Se o sentido dos cliques for anti-horário o arco construído será o menor arco definido pelos três pontos. Se for ao sentido horário, será construído o maior arco.



Arco circular: Para construir um arco circular definido por três pontos, que podem (ou não) já estar na janela de visualização. Se os pontos não estiverem na janela de visualização, basta criá-los com a ferramenta ativada. Se já estiverem, ativar a ferramenta e em seguida selecionar os pontos.



Arco Circuncircular: Esta ferramenta constrói um setor circular a partir do centro e dois pontos. Para utilizá-la, clique inicialmente sobre o ponto que será o centro do arco, e em seguida clique sobre os dois pontos restantes. Se o sentido dos cliques for anti-horário, será construído o menor setor definido pelos três pontos. Se for ao sentido horário, será construído o maior setor.



Setor Circuncircular: Para utilizar esta ferramenta, basta clicar em três pontos que podem (ou não) já estar na janela geométrica. Se os pontos não estiverem na janela de visualização, basta criá-los com a ferramenta ativa..

7 - Ferramentas da Janela 7



Elipse: Para construir uma elipse, basta selecionar dois pontos (que serão os focos da elipse), e em seguida selecionar um terceiro ponto, o qual pertencerá à elipse.



Hipérbole: Para criar uma hipérbole, basta selecionar dois pontos (que serão os focos da hipérbole).

Em seguida, especifique um terceiro ponto, o qual pertencerá à hipérbole..



Parábola: Para construir uma parábola, basta selecionar um ponto (que pertencerá à parábola) e uma reta, a qual será a diretriz da parábola.



Cônica Definida por cinco pontos: Após ativar esta ferramenta, selecionando-se cinco pontos, será criada a seção cônica que passa por estes pontos. Neste caso, a seção cônica mencionada poder´a ser uma elipse, hipérbole, parábola ou circunferência. Note que, se quatro destes pontos forem colineares, a cônica não será criada.

8- Ferramentas da Janela 8



ÂNGULO: Através desta ferramenta, podemos determinar um ângulo selecionando três pontos ou então selecionando duas retas, semirretas, segmentos de reta ou vetores. Para determinar o ângulo entre os objetos selecionados, deve-se selecioná-los em ordem, no sentido horário. Pode-se, ainda, através desta ferramenta, se determinar todos os ângulos de um polígono, sendo ele regular ou não. Para isso, basta ativar a ferramenta e depois selecionar o polígono.



Ângulo de amplitude fixa: Com esta ferramenta, a partir de dois pontos, pode-se construir um ângulo com amplitude fixa. Para isso, deve-se clicar nos dois pontos iniciais, e então definir (na janela que se abrirá), a medida e o sentido (horário ou anti-horário) do ângulo que se deseja criar.



Distância, comprimento ou perímetro: Esta ferramenta fornece a distância entre dois pontos, duas retas, ou entre um ponto e uma reta, mostrando um texto dinâmico na janela de visualização. Além disso, também fornece o comprimento de um segmento, e o perímetro de um polígono, circunferência ou elipse.



Área: Esta ferramenta fornece o valor numérico da área de um polígono, círculo ou elipse, mostrando um texto dinâmico com o respectivo valor na janela de visualização.



Inclinação: Esta ferramenta fornece o declive (inclinação) de uma reta, e mostra na janela de visualização um triângulo retângulo cuja razão entre a medida do cateto vertical e a medida do cateto horizontal é o valor absoluto da inclinação da respectiva reta.



Lista: Com esta ferramenta podemos criar uma lista de objetos como pontos, segmentos de reta, polígonos entre outros. Para isso, selecione a ferramenta Criar Lista e depois arraste e marque um retângulo na zona gráfica, selecionando os objetos a serem inseridos na lista.

9-Ferramentas da Janela 9



Reflexão em relação a uma reta: Esta ferramenta constrói o reflexo de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc.) em relação a uma reta. Para isso, deve-se selecionar primeiro o objeto, e depois a reta de reflexão.



Reflexão em relação a um ponto: Esta ferramenta constrói o reflexo de um objeto (ponto, círculo, reta, polígono, etc.) em relação a um ponto. Para isso, deve-se selecionar primeiro o objeto e, depois o ponto de reflexão.



Rotação em torno de um ponto: Com esta ferramenta, podemos construir o reflexo de um objeto ao redor de um ponto, em relação a um determinado ângulo. Para isso, selecione o objeto que pretende rodar, em seguida, clique num ponto para especificar o centro da rotação e, finalmente, insira a amplitude do ângulo da rotação na janela de diálogo que irá aparecer. Note que, ao alterar o objeto original, seu reflexo também será alterado. No entanto, o ângulo de rotação definido permanecerá o mesmo.



Translação por um vetor: Com esta ferramenta é possível transladar um objeto (ponto, segmento, polígono, etc.) para o mesmo lado que o sentido do vetor. Para isso selecione o objeto que pretende transladar e depois clique no vetor que define a translação.

10 - Ferramentas da Janela 10



Texto: Com esta ferramenta podemos inserir textos estáticos, dinâmicos ou em *LaTeX* na janela de visualização. Para isso, deve-se, primeiramente, especificar a localização do texto clicando em um lugar vazio da janela geométrica; ou então clicar em um ponto, para que o texto criado fique anexado a esse ponto. Em seguida, aparecerá uma janela de diálogo onde pode-se inserir o tipo de texto pretendido. O **Texto Estático** não depende de nenhum objeto matemático e não é afetado por eventuais alterações na construção; o **Texto Dinâmico** contém valores de objetos que são automaticamente adaptados às alterações provocadas nesses objetos; e o **Texto Misto** é uma combinação dos anteriores. Além dos tipos de texto mencionados, também podemos inserir textos e fórmulas em *LaTeX*. Para fazer isso, ative a caixa *Formula LaTeX* na janela de diálogo da ferramenta Inserir Texto e insira o texto e as fórmulas desejados. Além disso, podemos selecionar as fórmulas e símbolos desejados clicando na seta ao lado de *Fórmula LaTeX*.



Inserir Imagem: Com esta ferramenta, podemos inserir figuras na janela de visualização. Ao selecionar esta ferramenta e clicar na janela de visualização, abrirá uma caixa onde você poderá procurar a figura que deseja inserir na tela. Essa figura deverá estar no formato jpg, gif, png ou tif.

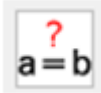


Caneta: Ao selecionar esta ferramenta, é possível escrever a mão livre na janela de visualização.



Função a mão livre: Através desta ferramenta, podemos construir manualmente retas e polígonos.

Para isso, basta selecionar a ferramenta e fazer o desenho desejado.

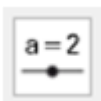


Relação: Com esta ferramenta podemos saber a relação entre dois objetos, para isso selecione a ferramenta e depois dois objetos para obter a informação sobre a relação entre eles.



Inspetor de função: Esta ferramenta possibilita uma análise mais específica da função em determinado intervalo, tais como pontos de máximo e mínimo, integral, reta tangente, círculo osculador, etc.

11 - Ferramentas da Janela 11



Controle deslizante: Para criar um controle deslizante, basta ativar a respectiva ferramenta e clicar sobre o local desejado na janela geométrica. Feito isto, aparecerá uma janela onde você poderá nomear, especificar o intervalo e incremento e alterar as propriedades do controle deslizante. O uso de um controle deslizante possibilita causar variações em objetos (manualmente ou automaticamente), podendo também assumir a função de uma variável. Esta variável pode estar associada a um objeto matemático, o que permite a transição contínua entre estados intermediários do objeto estudado, destacando os aspectos invariantes. Além disso, a possibilidade de variar objetos garante o dinamismo nas representações e a manipulação de conceitos antes abstratos.



Caixa exibir/esconder objetos: Com esta ferramenta, podemos criar uma caixa e anexar a esta objetos já construídos. Desta forma, ao marcar a caixa, os objetos anexados ficarão visíveis, e ao desmarcá-la, os objetos serão ocultados.



Botão: Esta ferramenta permite criar um botão e a ele associar uma ou mais determinadas ações, visíveis na zona gráfica (como trocar as coordenadas de um

ponto, trocar a posição de uma reta, etc.). Para isso, basta selecionar a ferramenta e clicar na janela de visualização para criá-la. Depois, ao abrir uma janela com campo de texto, define-se a legenda e sua programação (ou seja, o que ele fará). Ainda é possível alterar suas configurações, cores, legenda e programação entrando nas suas propriedades.



Campo de entrada: Com esta ferramenta, podemos criar uma caixa de texto para que o usuário possa interagir com o seu trabalho. Para isto, seleciona-se a ferramenta e clicando na zona gráfica criamos um campo de entrada. Logo após, abrirá uma janela interativa e definimos sua legenda e o objeto a ser vinculados e clica-se em Aplicar, para concluir.

12 - Ferramentas da Janela 12



Mover Janela de Visualização: Com esta ferramenta, pode-se mover o sistema de eixos, bem como todos os objetos nele contidos, ajustando a área visível na janela de visualização. Pode-se, também, alterar a relação de escala entre os eixos coordenados, arrastando cada um deles com o mouse.



Ampliar: Com o auxílio desta ferramenta, ao clicar em qualquer lugar da janela de visualização, podemos ampliar a construção. Também é possível por atalho de teclado (Ctrl +) para Ampliar.



Reduzir: Utilizando esta ferramenta, ao clicar em qualquer lugar da janela de visualização, podemos reduzir a

construção. Também é possível usar o atalho do teclado (Ctrl -) para Reduzir.

Destacamos que o *software* não se limita apenas a essas ferramentas, ou seja, em cada um dos ícones existe a opção de o usuário escolher outras ferramentas tais como, por exemplo, no ícone referente à reta perpendicular existem outras opções, tais como a construção de retas paralelas, a construção da mediatriz, a construção da bissetriz, a construção da reta tangente etc. ou seja, o usuário necessita interagir com a barra de ferramentas em todos os sentidos para conhecer suas potencialidades de construção.

A Postura do Professor Diante do Uso do Programa GeoGebra

Ao utilizar o *software* como ferramenta que irá auxiliar nas aulas de Geometria o professor deverá ter em mente que é necessário o domínio dos conteúdos da disciplina e suas propriedades que serão abordados nas aulas. Quanto ao domínio das ferramentas do programa não é necessário dominar todos eles, necessitando também aprender com os seus alunos que, geralmente, dominam e tem mais facilidade que o professor com o uso de tecnologias sendo essencial saber articular essa troca de informações, fator motivador para os alunos que se sentem valorizados em poder contribuir com as aulas.

Além disso, é necessário que a intencionalidade e a clareza do objetivo que deverá ser atingido esteja presente em todos os momentos de uma atividade já que devido ao vários números de recursos presentes no programa, se torna muito fácil perder o foco. Os alunos ao explorarem o *software* podem ir para outros caminhos diferentes daqueles que desejamos em se tratando de uma atividade; nesse momento é necessário a mediação dos professores procurando estimular o usuário para continuar em direção ao objetivo previsto, tendo o cuidado de usar termos matemáticos adequados ao se referir aos objetos de estudo.

Para Cândido (2008, p.34) “o professor deverá atingir um equilíbrio, dando autonomia aos seus alunos sendo necessário esta não poderá comprometer a investigação e, por outro lado, deverá garantir que o trabalho dos alunos vá fluindo e seja significativo do ponto de vista da disciplina”.

A Postura do Alunos Diante do Uso do Programa GeoGebra

Para Boavida e Ponte (2004), é necessário que , para descrever o papel do aluno que o veja como um colaborador no que se refere ao seu próprio conhecimento entendendo que

A colaboração pode também ter lugar entre actores com estatutos e papéis diferenciados, por exemplo, entre professores e investigadores, entre professores e alunos e encarregados de educação, ou mesmo no seio de equipes que integram valências, diversificadas como professores, psicólogos , sociólogos e pais (BOAVIDA;PONTE, 2004,p.4-5).

Referencial Teórico

As dificuldades no ensino/aprendizagem de matemática podem ser impactadas por vários motivos, dentre eles estão as metodologias adotadas pelos docentes , em que os alunos as consideram desinteressantes ou até mesmo ultrapassadas e ainda indicam que o conteúdo da disciplina é muito difícil, sendo essa combinação prejudicial aos aprendizado. Diversificar

a metodologia de ensino é interessante para estimular o aluno e facilitar a compreensão do conteúdo já que as dificuldades nesse processo são reais e têm diversas origens.

Buscando dar sentido a este processo de ensino e aprendizagem adotamos os pressupostos de Raymond Duval, filósofo e psicólogo de formação e sua Teoria dos Registros de Representação Semiótica (que são utilizadas para se referir aos diferentes signos existentes na matemática tais como as figuras, a escrita simbólica os gráficos e a língua natural) e que o

acesso aos objetos matemáticos passam necessariamente por uma representação semiótica, afirmando que existe um paradoxo da compreensão em matemática, ou seja: “como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto a não ser por meio de sua representação (DUVAL, 2009, p.21).

Em Duval (2005) encontramos a proposição que afirma que existem uma variedade de representações semióticas utilizadas em matemática, tais como a linguagem natural, os sistemas de numeração, as figuras geométricas, as representações gráficas e as escritas algébricas e formais.

Duval realizou diversos trabalhos acerca dos tratamentos que podem ser realizados nas figuras geométricas com o intuito de resolver um problema de Geometria. Ele representou, em suas investigações um registro figural utilizando a expressão gráfica e o *software* GeoGebra e os material manipuláveis buscando oferecer aos usuários do programa uma investigação sobre as influências naquilo que diz respeito aos tratamentos figurais durante a exploração de conceitos de Geometria em um contexto de resolução de problemas e, além disso, apresentou as possibilidades de representações figurais que podem ser utilizadas no trabalho com os conteúdos de Geometria nas aulas de Matemática.

ATIVIDADES PROPOSTAS

No laboratório os cursistas sentaram-se em duplas para que um auxilie o outro na confecção das atividades. Em um primeiro momento apresentarei as funções básicas do programa e, depois disso, realizaremos as atividades com pontos, retas, polígonos, círculos e circunferências, disponibilizadas a seguir.

Atividade 1 – Construção de pontos, retas e segmentos de reta

- 1 – crie dois pontos livres e, em seguida, movimente-os;
- 2 – construa uma reta passando por estes dois pontos;
- 3 – construa mais dois pontos livres em qualquer lugar da tela e, em seguida, crie o segmento de reta com extremidades nestes pontos;

4 – apague a reta e o segmento de reta construído, inclusive as extremidades (para você apagar um objeto deverá clicar sobre ele com o botão direito do mouse e, em seguida, clicar em apagar);

5 – usando apenas a ferramenta segmento, construa um outro segmento e , em seguida, determine a sua medida. Movimente uma de suas extremidades e observe , em seguida, a janela geométrica e a janela algébrica. Anote suas considerações sobre essa atividade.

Atividade 2 – Construção de Polígonos

1 – Construir os seguintes polígonos utilizando apenas a ferramenta polígonos: quadrado, triângulo, pentágono e o hexágono.

2 – Agora construa os mesmos polígonos sem utilizar a ferramenta Polígono e, em seguida, anote suas considerações sobre essa atividade.

Atividade 3 – Vamos, nessa atividade , estudar a circunferência e o círculo

1 – Desativar o eixo, a malha e a janela algébrica e, em seguida, construir uma circunferência que passa por três pontos;

2 – Nomeie os pontos criados por A,B e C;

3 – Marcar a intersecção das mediatrizes e nomear por O;

4 - Construa os segmentos de reta AO, BO e CO, rotule-os e destaque-os em colorido e, em seguida, diga o que eles representam na circunferência?

- Em seguida anote suas observações sobre essa atividade.

Atividade 4 – Posições relativas entre retas, semi-retas e segmentos no Plano

1 – Construa retas perpendiculares;



III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática

Temática: *Práticas Pedagógicas de Professores que Ensinam Matemática Pós-Pandemia*



2 – Construa retas paralelas.

Salve suas atividades e envie para o professor assim como seus comentários explicando como vocês desenvolveram e construíram tudo que foi solicitado.

REFERÊNCIAS

AMARAL, R.B. Professores de matemática que utilizam *softwares* de geometria dinâmica: suas características e perspectivas. Rio Claro, 2002 - 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - Universidade Estadual Paulista.

AMORIM, J.A. A educação matemática, a internet e a exclusão digital no Brasil. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, São Paulo, número 14, p. 58-60, agosto de 2003.

ANDRADE, J.J. Registros de representação semiótica: conceituação dos diversos tipos de solução de sistemas lineares usando o *software* GeoGebra. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. 191 p. 2012.

BOAVIDA, A.M.; PONTE, J.P. Investigação Colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (org). Refletir e investigar sobre a prática profissional. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm. acesso em 01 jun. 2022.

CÂNDIDO, L.A. Implicações do uso da informática na sala de aula de Matemática. Bolema, Rio Claro (SP). Ano 2008, nº 29, vol.21, p.326-335.

CRUZ, D.G. da. A utilização de ambientes dinâmicos e interativos na construção e conhecimento distribuído. Dissertação (173 f.) Programa de Mestrado em Educação Matemática da Universidade Federal do Paraná. Curitiba. 2005.

DUVAL, R. Registros de Representação Semiótica e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática. In: Silva Dias Alcântara Machado (org.). Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica. 2º edição. Campinas, São Paulo: Papirus. 2005.

DUVAL, R. Semiosis e Pensamento Humano: Registros Semióticos e Aprendizagem Intelectual. 1ª edição. 2009.

FAINGUELERNT, E. K. Educação Matemática: representação e construção em geometria. Porto Alegre: ARTMED, 1999.

MARQUES, V.D; CALDEIRA, C. da C. Dificuldades e Carências na Aprendizagem de Matemática no Ensino Fundamental e suas implicações no Conhecimento da Geometria. Revista Thema. V.15, n.2, p.403-413, 2018.

RODRIGUES, D.W.L. Uma avaliação comparativa de interfaces homem-computador em programas de geometria dinâmica. Florianópolis, 2002. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção . Universidade Federal de Santa Catarina.



III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática

Temática: Práticas Pedagógicas de Professores que Ensinam Matemática Pós-Pandemia



SILVA, M.J. da. Registros de representação semiótica no estudo de sistemas de equações de 1º grau com duas variáveis usando o *software* GeoGebra. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. Universidade Federal do rio Grande do Sul. 2014. 169 f.