

PRINCÍPIOS DA GEOMETRIA ANALÍTICA: EXPERIÊNCIA A PARTIR DA COLETIVIDADE E DO TRABALHO EM EQUIPE

Tecnologias Digitais na Prática dos Professores que Ensinam Matemática na Educação

Básica

Paulo Sérgio de Jesus dos Santos¹

Uriel José Castellanos Aguirre²

RESUMO

Este relato de experiência tem como objetivo *compreender a importância da coletividade e do trabalho em equipe na sociedade, relacionando as formigas com os princípios da Geometria Analítica*. Usando a concepção da Modelagem Matemática trazida na obra do professor Jonei Cerqueira Barbosa (2001), considerado como uma forma de tornar o ensino mais ligado à realidade e à cultura, de maneira que os conceitos básicos acerca da vida colaborativa da sociedade das formigas, relações com a área das Ciências da Natureza, foram apresentados através da matematização com a Geometria Analítica. Dessa forma, concluímos que ao criar ambientes que permitam uma construção do conhecimento ativa entre os discentes, ao mesmo tempo, possibilitamos estabelecer diálogos que consolidam encontrar e discutir diferentes respostas para um problema.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Geometria Analítica; Formigas; colaboração; sociedade.

1. INTRODUÇÃO

O ensino da Matemática sempre foi alvo de grandes reflexões, nesta perspectiva se faz necessário gerar formas diferentes de trazer os conteúdos aos estudantes. Para garantir a criação de uma sala de aula neste viés, Barbosa (2001) menciona que “[...] o termo ‘ambiente’ diz respeito a um lugar ou espaço que cerca, envolve” (p. 5). Dessa forma, Barbosa (2001) resume que um ambiente de Modelagem procura estimular os estudantes para que estes investiguem situações baseadas no cotidiano e fora da matemática, mas com o uso dela para obter resultados possíveis

¹ Instituto Federal da Bahia (IFBA). paulitao200@gmail.com

² Universidade Federal da Bahia (UFBA); Instituto Federal da Bahia (IFBA).
urielcastellanos@gmail.com.

de traduzir o mundo que os rodeia. Nesta perspectiva, os estudantes matematizam seu redor de forma colaborativa, fato denominado Modelagem Matemática.

Na disciplina MAT251- Modelagem Matemática, no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Bahia (IFBA), tivemos a oportunidade de explorar as bases da Modelagem Matemática e os diferentes caminhos que podemos utilizar, assim como analisar as vantagens para os estudantes e para o professor. De forma prática, preparamos uma aula e aplicação da mesma, em uma das turmas do Ensino Médio Integrado do mesmo instituto. Nesse sentido, a Modelagem Matemática surge como uma forma de tornar o ensino mais ligado à realidade e à cultura, isto é, trazer uma alternativa para as formas tradicionais de abordar os conteúdos, através da memorização e repetição, e mostrar a aplicação do que é ensinado. Essa visão tradicional é apontada por Mizukami (1986), onde “[...] atribui-se ao sujeito um papel irrelevante na elaboração e aquisição do conhecimento. Ao indivíduo que está ‘adquirindo’ conhecimento compete memorizar definições, enunciados de leis, sínteses e resumos que lhe são oferecidos no processo de educação formal a partir de um esquema atomístico.” (p. 11).

Assim, com a Modelagem Matemática, os estudantes são expostos a situações-problema numa conexão com a realidade deles, que traz uma contextualização onde a Matemática está presente no nosso dia a dia (BARBOSA, 2001). Deste modo, relatamos o aprendizado com a disciplina MAT251, ao relacionar os conceitos mais notáveis e, principalmente, ao elaborar o projeto com a perspectiva de “micro-aula” para pôr em prática o que foi aprendido. Nesse contexto, a vivência com os estudantes, expostos a esta metodologia de ensino, produz novas formas de abordar o tema, dessa forma, nosso objetivo é *compreender a importância da coletividade e do trabalho em equipe na sociedade, relacionando as formigas com os princípios da Geometria Analítica*.

2. MODELAGEM MATEMÁTICA: O QUE DEVEMOS SABER

Abordar o ensino da matemática é uma tarefa complexa, pois os conhecimentos técnicos sobre a Geometria Analítica datam por volta de 1636, em que Pierre de Fermat e René Descartes através da representação de pontos no plano e superfícies no espaço podem ser descritas através

de equações, tornando possível tratar algebricamente muitos problemas geométricos e, reciprocamente, interpretar de forma geométrica diversas questões algébricas. Nesse viés, nosso objetivo teve a influência na Modelagem Matemática da proposta do professor Barbosa (2001), que define os casos de Modelagem de três formas diferentes:

1) Caso 1. O professor apresenta a descrição de uma situação-problema, com as informações necessárias à sua resolução e o problema formulado, cabendo aos alunos o processo de resolução. [...] 2) Caso 2. O professor traz para a sala um problema de outra área da realidade, cabendo aos alunos a coleta das informações necessárias à sua resolução. [...] 3) Caso 3. A partir de temas não-matemáticos, os alunos formulam e resolvem problemas. Eles também são responsáveis pela coleta de informações e simplificação das situações-problema. (BARBOSA, 2001, p. 9).

Nossa proposta se baseia no *caso 1*, pois apresentamos inicialmente um problema relacionado a formigas, fazendo referência à Biologia e aos processos de interação intraespecífica, instigando os estudantes a usarem conhecimentos de outras áreas para resolver problemas que também envolvem a Matemática. Além disso, em vez de simplesmente lançar equações e conceitos, os estudantes foram incentivados a deduzir através dos problemas apresentados.

Em um primeiro momento da disciplina MAT251, foi possível ter acesso aos conceitos básicos de Modelagem Matemática, onde exploramos as diversas perspectivas sobre o assunto. Dentre essas diferentes concepções, mas não distantes, sem dúvidas, aprofundaremos nosso discurso na percepção de Jonei Cerqueira Barbosa (2001), o qual apresenta que “A Modelagem se constitui como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade” (p. 2).

Dessa maneira, aponta-se a importância desse método para a formação dos professores, visto que, ao aplicar esta concepção de Modelagem Matemática, abre-se uma janela, que quebra aquele pensamento equivocado de que a Matemática só trabalha conceitos da própria área. Tendo em vista esta visão, elaboramos uma pesquisa sobre artigos já existentes na área da geometria analítica com aplicações em sala de aula da Modelagem Matemática. Tudo isso, a fim de escolher práticas para o conteúdo a ser abordado na unidade do curso de ensino médio do IFBA, ou seja,

de Geometria Analítica para o 3º ano. Nessa pesquisa, destacamos a dissertação da professora Leila Bernardes Borges (2020), apresentou a definição de Biembengut (2019) em seu projeto, o qual aponta para o sentido artístico e criativo da Modelagem, também servindo de embasamento para nossa prática: “[...] para se elaborar um modelo, além de conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto [...]” (BIEMBENGUT; HEIN, 2019, p. 12). Além disso, a dissertação de Paulo César Martimiano (2013) apontou com o uso do jogo “Batalha Naval”³ a forma de trazer os conceitos relacionados à Geometria Analítica.

[...] A partir de um jogo, tratado como recurso pedagógico, estabeleceu-se uma sequência didática que permitiu incitar e orientar a pesquisa dos *conceitos básicos de Geometria Analítica*. Através de uma adaptação do jogo Batalha Naval, o primeiro objetivo foi permitir aos alunos observarem a necessidade e a funcionalidade que o sistema cartesiano ortogonal xOy possui para a modelagem matemática. O objetivo posterior foi analisar os efeitos de oferecer um ponto de vista totalmente diferente do habitual para pesquisar estas novas relações analíticas, podendo observar, intuir e estabelecer conceitos. Finalmente, através da resolução de exercícios pode-se detectar qual a evolução que uma aplicação funcional de conceitos gera nos discentes. (p. 8, destaque nosso).

A partir disso, elaboramos o planejamento para os acontecimentos da aula: Inicialmente, apresentamos e problematizamos uma contextualização do tema Geometria Analítica com a vida das formigas. Nesse ínterim, foi utilizado um vídeo que mostra como ocorre a vida na sociedade das formigas, explicitando o trabalho em equipe e a coletividade entre elas. Em seguida, abriu-se um espaço de fala aos estudantes para comentarem sobre o vídeo⁴ e sobre a mensagem que ele traz. Essa abordagem foi pensada de acordo com algumas das competências elencadas na BNCC (BNCC, 2017) de Matemática, a saber:

- Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar

³ Batalha Naval. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Batalha_naval_\(jogo\)](https://pt.wikipedia.org/wiki/Batalha_naval_(jogo)). Acesso em: 17 de nov. de 2021.

⁴ Vídeo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=viFIpTtPOrs>. Acesso em: 17 de nov. de 2021.

conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

- Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

Após o vídeo, foi apresentada uma questão do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), que trata um problema envolvendo o deslocamento das formigas o qual pode ser abordado com a teoria apresentada no tema da Geometria Analítica, referente a localização de pontos no plano cartesiano. Nesse momento inicial, os estudantes terão um tempo para entender o problema e pensar em uma forma de resolução, podendo trazer soluções e debater entre eles: qual a melhor forma de se chegar ao resultado correto? Após esse período, questionamos os seus posicionamentos e com isso, procedemos a responder à questão passo a passo, explicando a relação do método de resolução com o uso da Geometria Analítica.

Neste momento, o Plano Cartesiano e a representação de formigas como pontos, nos permitiu estabelecer a relação com a noção de distância entre pontos, a modo de compreender as variações Δx e Δy . Em seguida, essa ideia permitiu ampliar a visão, ao envolver o conteúdo com o Teorema de Pitágoras, a qual gera a equação geral para distância entre dois pontos. Finalmente, os estudantes tiveram acesso ao Plano Cartesiano mais uma vez, mas neste momento foram colocados diferentes segmentos de reta com o fim de que os estudantes tentaram descobrir o ponto médio de cada um. Ao iniciar com segmentos mais simples, esperou-se que eles conseguissem deduzir qual o “padrão” para determinação das coordenadas, o que foi exposto em seguida com as equações para determinação do ponto médio de qualquer segmento.

3. PROJETO

Entre os conteúdos previstos na disciplina de Biologia do 3º ano, está a parte de Ecologia, isto é, a especialidade da biologia que estuda o meio ambiente e os seres vivos que vivem nele, ou

seja, é o estudo científico da distribuição e abundância dos seres vivos e das interações que determinam a sua distribuição. As interações podem ser entre seres vivos e/ou com o meio ambiente (LINHARES, 2016). A partir disso, foi possível trazer uma conexão de um conteúdo secundário, as relações ecológicas, com a Matemática.

Dessa forma, antes de pensar em Matemática ou Geometria Analítica, os alunos terão acesso a uma elucidação sobre as relações que os indivíduos têm entre si, como foi abordado com a sociedade das formigas. Nesse momento, é importante que os alunos entendam o significado dessas relações, dessa coletividade, para a manutenção da sociedade como um todo, apontando para a importância de cada ser vivo e de cada ação pensada em prol do ecossistema em que se vive.

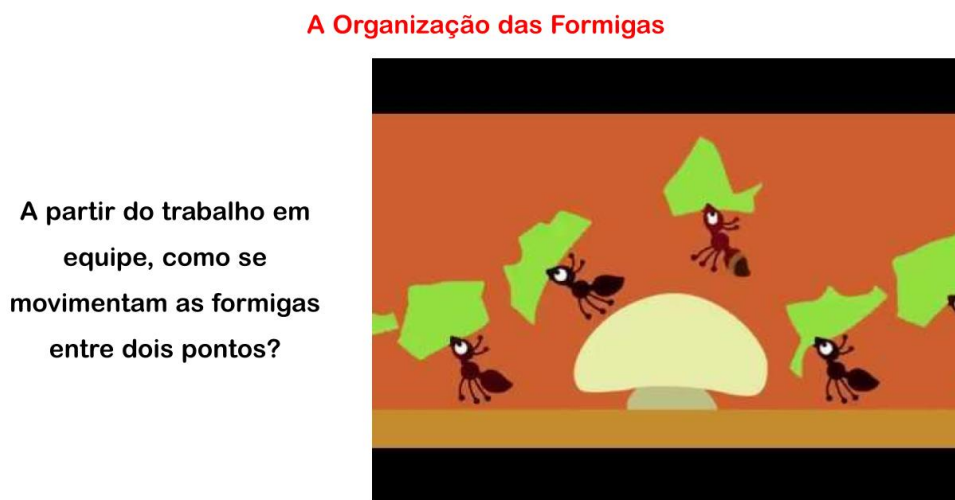
Além do vídeo temático que aborda esse assunto, todo o conteúdo e todas as questões usadas durante a aula remetem à ideia da vida colaborativa das formigas, para que essa relação fique clara, inclusive, durante os exercícios propostos. Pois, acreditamos que “A vantagem que o exercício de trabalho em colaboração traz, reside na partilha das diferentes experiências, ao permitir desenvolver um papel criativo no processo de construção com os outros.” (CASTELLANOS, 2021, p.141, tradução nossa). Pelo que, procuramos uma questão do ENEM com uma abordagem similar, a qual fala sobre duas formigas que caminhavam em direções diferentes.

Nesse instante, os estudantes estabeleceram relações com tudo o explorado, e sua apresentação no Plano Cartesiano, sendo este um instrumento central para representar as posições em que essas formigas se encontravam. Com isso, foi possível mostrar os conceitos de localização de pontos no Plano Cartesiano, distância entre pontos e ponto médio de um segmento com o auxílio de exemplos que remetam à ideia das formigas, ou seja, pensando na distância entre dois formigueiros para abordar a ideia de distância entre dois pontos, seja trazendo situações em que formigas paravam no meio do caminho para abordar a ideia de ponto médio e sempre com a relação da sua cotidianidade para perceberem as relações importantes que as formigas podem trazer para nossa sociedade.

4. APLICAÇÃO

Inicialmente, houve uma elucidação aos estudantes sobre a ocorrência da aula com um método diferente, nesse momento ocorreu uma breve introdução do que seria a Modelagem. Em seguida, exibimos o vídeo que falava sobre a vida em sociedade das formigas. Após o vídeo, elaboramos algumas considerações sobre a mensagem ao mesmo, apontando a importância individual na coletividade, além do incentivo a ideias criativas que podem ser revolucionárias para o bem de todos em determinada sociedade. Nesse momento, percebemos que trazer essas considerações antes de abrir o espaço de fala aos estudantes foi desnecessário, visto que, no final do vídeo, as falas foram centradas naquilo que foi exposto no início da discussão. Dessa forma, a maioria dos estudantes concordou e complementou com os pontos já elencados sobre o vídeo.

Figura 1- Recorte do vídeo apresentado aos alunos⁵.



• Link: <https://www.youtube.com/watch?v=viFlpTtPOrs>

Fonte: Os autores.

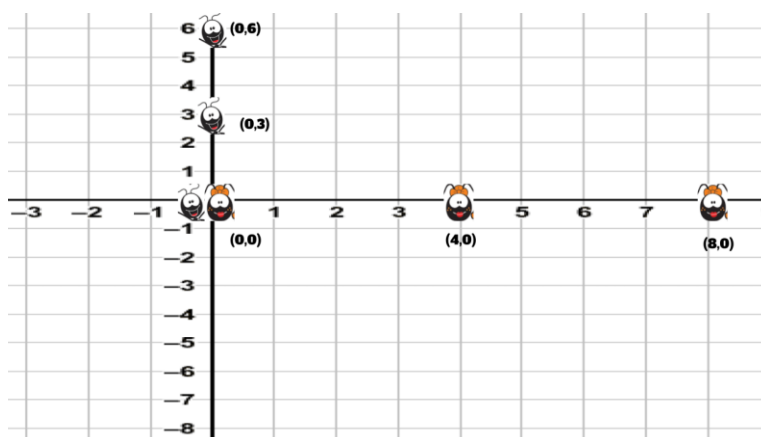
Em seguida, houve uma breve relação do vídeo com a área da Biologia, quando foi apresentado o conceito das *Relações Interspecíficas*, isto é, aquelas que ocorrem entre seres da mesma espécie. Nesse momento, falamos um pouco sobre as formigas, a divisão de trabalho que

⁵ Plano de aula. Disponível em: <https://nuvem.ufba.br/s/D6Tb64eVEXIX6Z4>.

ocorre nos formigueiros e as funções de cada tipo de formiga: rainha; operária; macho (LINHARES, 2016). As rainhas ou iças são fêmeas férteis e aladas (possuem asas). Os machos também são alados e são responsáveis unicamente por fecundar a rainha. As operárias são fêmeas estéreis, sem asas e realizam várias funções no formigueiro.

Na sequência, foi apresentada uma questão do ENEM de 2016 aos estudantes. A questão abordava a parte inicial da Geometria Analítica, perguntando sobre a localização de pontos. Diferentemente de uma questão diretamente conceitual, essa questão fazia uma contextualização com as formigas, fazendo com que os estudantes visualizassem o problema e tentassem buscar formas de resolução de acordo com seus conhecimentos. Os estudantes tiveram alguns minutos para elaborar a questão e começaram a apresentar suas respostas. Nesse momento, perguntou-se o caminho que foi utilizado para se chegar a esses resultados, assim cada um colocou a lógica usada na obtenção da resposta final. Em seguida, foi exposta uma resolução animada da questão, apresentando o passo a passo que poderia ser seguido para se identificar os pontos solicitados pela questão inicial. Nessa oportunidade, aproveitamos para usar uma representação, de fato, de formigas como pontos, para que a visualização fosse relacionada com o tema.

Figura 2 - Resolução comentada da questão.



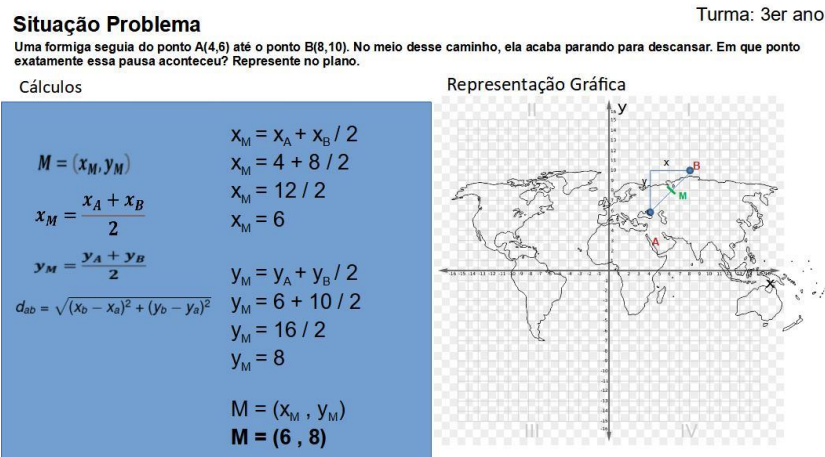
Fonte: Os autores.

Após esse momento inicial, os estudantes foram expostos aos conceitos relacionados à Geometria Analítica. Mais uma vez, por meio da investigação e problematização, os estudantes

deduziram a equação usada para calcular a distância entre dois pontos, usando o Teorema de Pitágoras. Essa visualização pôde ser feita no Plano Cartesiano, usando novamente a representação com as formigas. Além disso, foram realizados exercícios que envolviam esses conceitos: a representação de situações no Plano Cartesiano e o uso das equações vistas sobre distância entre dois pontos, assim como sobre ponto médio de um segmento de reta.

Ao final, os estudantes foram convidados a se dividirem em equipes de 2 ou 3 participantes. Cada equipe ficou responsável pela resolução de um problema sobre o assunto apresentado em aula, usando os conceitos adquiridos. Para avaliar essa atividade, foram utilizados os seguintes critérios: 1) *Representação* (4 pontos): Avaliar-se-á se o trio interpreta corretamente o problema e consegue representar a situação no Plano Cartesiano disponibilizado; 2) *Resolução* (6 pontos): Foram avaliados os cálculos feitos para se chegar à resposta final, levando em consideração o uso das equações e a integridade das contas. Esses critérios foram pensados de acordo com a noção que “[...] a avaliação deve servir para melhorar o sistema educacional como um todo, manter e garantir a qualidade do processo formativo (avaliação formativa); não serve apenas para certificar o aprendizado do estudante, não podemos confundir avaliação com exame.” (PIMENTEL; CARVALHO, 2020, párr. 6).

Figura 3 - Exercício realizado por uma das equipes.



Fonte: Os autores.

A partir da finalização da aula, os estudantes tiveram acesso ao link para colocar as respostas das questões. Com isso, foi possível observar como os estudantes colaboravam entre eles para chegar à resposta definitiva. Não houve relato de dificuldades dos estudantes para acessar ou realizar a entrega. Finalmente, obtivemos as seguintes percepções, ao perguntar aos estudantes sobre a experiência: “Considerando o momento vivido pela Educação brasileira, tendo em vista as mudanças ocasionadas pelo ensino remoto; como você classifica a experiência com a diferenciada atividade proposta, baseada na Modelagem Matemática?”⁶. Ao que eles responderam:

Formiga de Fogo: *Foi uma experiência excelente. Acho importante essas atividades diferenciadas, pois ajudam os alunos a assimilarem e entenderem o conteúdo de uma forma mais rápida, já que a aplicação do tema é feita com exemplos das coisas que vemos no nosso cotidiano.*

Formiga-faraó: *A experiência foi muito boa, especialmente por tratar do assunto de forma diferenciada o que ajudou a entender melhor o assunto.*

Formiga-carpinteira: *Eu achei bem interessante a didática da atividade proposta, acredito que contribuiu para o entendimento do assunto de uma forma prática e ao mesmo tempo interativa com o mundo ao nosso redor.*

Formiga-fantasma: *Acredito que foi uma boa experiência, foi uma quebra na rotina das aulas de matemática, com uma abordagem sobre o assunto muito boa e de fácil compreensão.*

Tudo isso nos leva a perceber que, com essa experiência, foram estabelecidas as relações necessárias entre os problemas apresentados com os conceitos da Geometria Analítica desde o cotidiano. Enquanto permitiu-se realizar os cálculos e socializar as respostas entre os diferentes grupos, aplicando os conhecimentos adquiridos. Dessa mesma forma, o trabalho do professor foi constante em todo o percorrido, pois, já seja elaborando questões ou mediando as problematizações que surgem, estivemos em contínua busca por interpretar as mais diversas formas e encontrar uma solução aos problemas gerados.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

⁶ Os nomes dos estudantes foram trocados por espécies de formigas para resguardar a identidade deles.

Diante do que foi apresentado, evidencia-se a importância da Modelagem Matemática como aliada do professor na elaboração e aplicação das aulas. Esse processo é um pouco complexo e exige do professor bastante empenho, mas, auxilia na busca do professor em criar um ambiente de aprendizagem acessível aos estudantes. Nessa experiência, foi possível trazer o cotidiano dos estudantes, onde percebemos que por meio da exposição de problemas, não diretamente ligados a assuntos matemáticos, é factível aprender matemática enquanto consolidamos outros conceitos centrais da nossa sociedade, como o da colaboração. Dessa forma, usando a vida das formigas como ponto inicial, os discentes puderam fazer essas relações com os conteúdos posteriormente apresentados, o qual foi a geometria analítica.

De fato, houve dificuldades na elaboração do plano de aula e da aula, visto que a Modelagem Matemática precisa de situações do cotidiano dos discentes, além de uma avaliação que possibilite a interação dos envolvidos, objetivo que consolidamos ao estabelecer espaços coletivos de diálogo. Concluimos que ao criar ambientes que permitam uma construção do conhecimento ativa entre os discentes, ao mesmo tempo, possibilitamos estabelecer diálogos que consolidam encontrar e discutir diferentes respostas para um problema.

REFERÊNCIAS

ALVES, Cláudia Ferreira Soares. **Modelagem matemática como estratégia de ensino em tópicos de matemática financeira**. 2016. 71 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Catalão, 2016.

BARBOSA, Jonei. **MODELAGEM MATEMÁTICA: O QUE É? POR QUE? COMO?** Veritati, n. 4, p. 73- 80, 2004. Disponível em:
http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002, 389p.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. 2017. Disponível em:
http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.



III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática

Temática: Práticas Pedagógicas de Professores que Ensinam Matemática Pós-Pandemia



BORGES, Leila Bernardes. **Modelagem matemática no ensino de trigonometria**. 2020. 156 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2020.

CASTELLANOS, Uriel. **(Des)contextos de la cultura libre como política educativa en una universidad de Venezuela**. Faculdade de Educação. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal da Bahia, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Salvador, Bahia, 2020. 283 f. Disponível em: <http://repositorio.ufba.br/ri/handle/ri/31962>. Acesso em: 7 ago. 2020.

FONSECA, K. R. S. C. **Modelagem matemática no ensino básico**. 2017. 67 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.

LINHARES, Sérgio. *Biologia hoje* / Sérgio Linhares, Fernando Gewandszajder, Helena Pacca. -- 3. ed. --São Paulo : Ática, 2016.

MARTIMIANO, Paulo César. *Da batalha naval à geometria analítica*. 2013. 58 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2013.

MIZUKAMI, Maria da Graça Nicoletti. *Ensino: as abordagens do processo*. São Paulo: EPU, 1986.

PIMENTEL, Mariano; CARVALHO, Felipe. *Princípios da avaliação para aprendizagem na educação online*. **SBC Horizontes**, set. 2021. ISSN 2175-9235. Disponível em: <http://horizontes.sbc.org.br/index.php/2021/09/avaliacao-online>. Acesso em: 30 set. 2021.