

INVESTIGANDO O USO DAS PROPRIEDADES DOS ANÉIS PARA O ENSINO DE POLINÔMIOS NO ENSINO MÉDIO

Ensino e Aprendizagem de Matemática no Ensino Médio – III ENOPEM

Anthony Ewerton Marinho de Vasconcelos¹

Resumo

Diante da necessidade nos cursos de licenciatura em Matemática em se traçar um paralelo entre a Matemática apresentada durante a graduação e a Matemática que será trabalhada na Educação Básica, desenvolvemos esta pesquisa com o objetivo de investigar as relações que alguns professores de Matemática do 3º ano do Ensino Médio estabelecem entre as propriedades dos anéis e o ensino de polinômios no Ensino Médio. Realizamos uma pesquisa qualitativa, através da análise de livros didáticos de Matemática para o 3º ano do Ensino Médio de algumas coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), tendo como foco a seção destinada ao professor, especificamente sobre os capítulos de polinômios. Aplicamos também um questionário com professores de Matemática que atuam em turmas do 3º ano do Ensino Médio em escolas do agreste pernambucano. Ao analisarmos os resultados da pesquisa, nos deparamos com a pouca relação construída entre a teoria dos anéis estudada nos cursos de formação inicial de professores de Matemática e alguns dos principais procedimentos envolvendo polinômios, ensinados na Educação Básica. Logo, é imprescindível que a formação de professores se atente a estes elementos e repense criticamente se a sua prática não está desvinculada das demandas da Educação Básica.

Palavras-chave: Educação Matemática; Licenciatura em Matemática; Ensino de Polinômios; Teoria dos Anéis.

1. Introdução

A formação inicial dos professores de Matemática nos cursos de graduação envolve um amplo leque de elementos que são essenciais a sua futura prática docente. Entre estes, podemos mencionar o aprofundamento nos conceitos e procedimentos da Matemática como corpo científico. O estudo das estruturas algébricas visa oportunizar ao futuro professor uma compreensão estendida e formalizada de um dos objetos com o qual lidará diariamente ao ensinar Matemática: a álgebra.

Por esta razão, o tema deste trabalho consiste nas relações que o professor de Matemática da Educação Básica consegue estabelecer entre os seus conhecimentos acerca das estruturas algébricas, consolidados na graduação, e o conteúdo de polinômios, que ministra em

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE).
E-mail: anthonyemarinho@gmail.com

suas aulas na Educação Básica. O interesse neste tema se dá exatamente pela inquietação sobre como as aprendizagens construídas pelo profissional docente na sua formação inicial estão sendo aproveitadas na sua prática.

Esta pesquisa se torna relevante, portanto, no sentido de que possibilita à classe de professores (tanto os que atuam na Educação Básica quanto os que atuam na Educação Superior) refletir sobre como os temas da graduação estão impactando na formação dos professores. Esta reflexão pode contribuir para repensar e moldar como estes conteúdos estão sendo direcionados aos professores em formação.

Com isso, este trabalho pretende responder ao seguinte problema de pesquisa: quais as relações que professores de Matemática estabelecem entre as propriedades dos anéis e o ensino de polinômios no Ensino Médio? Verificar o bom uso dos conhecimentos construídos na Educação Superior, nos cursos de formação inicial, dentro da prática em sala de aula na Educação Básica pode nos fazer pensar criticamente sobre como determinados temas estão sendo ensinados pelo professor universitário.

Para responder ao problema desta pesquisa, temos como objetivo geral investigar as relações que alguns professores de Matemática do 3º ano do Ensino Médio estabelecem entre as propriedades dos anéis e o ensino de polinômios no Ensino Médio. Ancorando este objetivo geral, temos dois objetivos específicos: a) verificar se alguns livros didáticos do terceiro ano do Ensino Médio, na seção destinada ao professor, relacionam o estudo dos polinômios com a teoria dos anéis, e b) identificar se alguns professores do terceiro ano do Ensino Médio conseguem justificar as propriedades utilizadas por eles no conteúdo de polinômios através da teoria dos anéis e domínios de integridade.

A metodologia desta pesquisa, de natureza qualitativa, consistiu em analisar 4 livros didáticos do 3º ano do Ensino médio, todos aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), na sua versão do professor, com o intuito de atender ao primeiro objetivo específico. Também foi aplicado um questionário com 4 professores de Matemática atuando no 3º ano do Ensino Médio, com o intuito de atender ao segundo objetivo específico. A partir das análises dos livros didáticos e dos questionários respondidos pelos professores, pudemos contemplar o objetivo geral e trazer algumas respostas ao problema desta pesquisa.

2. Educação Matemática e Sociedade

A Matemática está presente na história da humanidade desde a sua gênese. Cada passo evolutivo do ser humano foi acompanhado de algum aprimoramento de saberes matemáticos, desde os mais simples, a princípio, como o ato de contar, até os mais complexos, como a álgebra abstrata discutida atualmente nas universidades do mundo inteiro. Sabemos que

A matemática é a mais antiga das ciências. Por isso ela é difícil. Porque já caminhou muito, já sofreu muitas rupturas e reformas, possuindo um acabamento refinado e formal que a coloca muito distante de suas origens. Mas caminhou muito justamente por ser fácil. (NETO, 2008, p. 19).

Esta dualidade fácil/difícil da Matemática apresentada por Neto (2008) nos faz refletir que existem muitas Matemáticas, em vários níveis de dificuldade, espalhadas pelo tempo da

nossa história e, dentro do nosso tempo, pelos interesses de grupos distintos. É evidente que existe um distanciamento astronômico entre a Matemática construída nos primórdios da nossa história e a Matemática mais formal estudada e desenvolvida por pesquisadores atualmente. Todavia, de maneira prática, este fato em si pouco impacta no cotidiano das pessoas em geral, visto que estas vão se apropriar da Matemática que mais lhe convém ao desempenhar suas atividades rotineiras. O atendente da padaria se interessará em dominar mais profundamente as quatro operações fundamentais, enquanto o engenheiro se debruçará por uma Matemática avançada aplicada em projetos.

Mas e o professor de Matemática? Poderia este desassociar estas nuances e partir para uma abordagem única da Matemática? Para Moreira e David (2005, p.52, grifo dos autores),

[...] há uma distinção profunda e importante entre *modos de conhecer* os objetos matemáticos quando se visa a formação profissional para o trabalho de pesquisa na fronteira da teoria matemática ou quando, sob outra perspectiva, o objetivo é a formação profissional para o trabalho educativo no processo de escolarização básica.

Portanto, o bacharel em Matemática, voltado a pesquisar e desenvolver ainda mais os conhecimentos da área, pode se permitir pensar a prática apenas dentro desta Matemática abstrata que estuda. Assim como o atendente da padaria pode pensar a prática apenas dentro das suas operações fundamentais. O professor de Matemática não. Este último deve ter ciência sobre o desenvolvimento histórico da Matemática, de onde partiu, até onde chegou, e ainda que não a domine em todas estas perspectivas, que as reconheça e saiba criar relações entre elas.

Fiorentini e Oliveira (2013, p.24) corroboram com isto ao afirmar que "[...] ela [a matemática do professor de matemática] difere epistemológica e metodologicamente da matemática do matemático acadêmico embora haja muitos aspectos e elementos em comum". Portanto, a formação inicial do professor de Matemática nos cursos de licenciatura deve assegurar que aquilo que é estudado na universidade faça sentido para o professor em formação quando este estiver atuando na Educação Básica.

Temos que “um dos principais problemas da formação inicial está relacionado à formação pedagógica do professor [...]”. (MANRIQUE, 2009, p. 523). Isso porque muito do que se estuda da álgebra na universidade como, por exemplo, operadores lineares, anéis, integrais, e etc., mal chega a ultrapassar os limites da sala de aula universitária. Quando o professor licenciado em Matemática vai atuar na Educação Básica, muitas vezes não consegue, minimamente, reconhecer que aquilo que está ensinando tem total relação com estes temas, apenas com uma roupagem e linguagem diferente. Segundo Giraldo (2018, p. 37),

Há mais de um século, o matemático alemão Felix Klein denunciava [...] uma dupla descontinuidade: por um lado, quando os estudantes ingressam nos cursos universitários de formação de professores, poucas relações são estabelecidas entre a matemática com que passam a ter contato e aquela anteriormente aprendida por eles como alunos da escola básica; e por outro lado, quando concluem esses cursos e iniciam a vida profissional, poucas relações são estabelecidas entre a matemática aprendida durante a graduação e aquela que passa a ser demandada pela prática de sala de aula da escola básica.

Assim, é preciso pensar esta Matemática do curso de formação paralelamente com a Matemática que será desenvolvida na Educação Básica, conferindo a aquela o sentido primordial de sua existência na formação docente. Conforme afirma Cavalcanti (2016, p. 8) "no que diz respeito à formação matemática, sugiro que o eixo norteador seja a Matemática da Educação Básica". Logo, ao trazer conceitos da álgebra abstrata no curso de formação inicial de professores de Matemática, que se façam relações disto com o que será ensinado na Educação Básica, pois este nível de ensino é o que deve, primariamente, ser contemplado.

3. A Teoria Dos Anéis

Um conjunto qualquer pode ser definido, assim como operações neste conjunto. Por exemplo, desde a infância temos contato com o conjunto dos números naturais (representado pelo símbolo $\mathbb{N}$), que são aqueles números que utilizamos para, entre outras coisas, realizar contagens. Aprendemos também que é possível realizar as operações de adição e multiplicação entre dois ou mais números naturais, chegando à conclusão, inclusive, que o resultado destas operações sempre será um número natural também.

As características de um conjunto qualquer, assim como as operações que realizamos entre os elementos deste conjunto, são temas comuns na Educação Básica, mas é na Educação Superior que estes aspectos são formalizados e vestem uma roupagem bem mais técnica. Um dos conceitos mais importantes dentro da teoria das estruturas algébricas é o de anel. Gonçalves (2011) define quando um conjunto A será um anel a partir de duas operações, soma e produto, que serão representadas por $+$ e $\cdot$.

Chamaremos $A, +, \cdot$ um *anel* se as seguintes 6 propriedades são verificadas quaisquer que sejam $a, b, c \in A$.

A1) $(a + b) + c = a + (b + c)$ (associatividade da soma)

A2) $\exists 0 \in A$ tal que $a + 0 = 0 + a = a$ (existência de elemento neutro para a soma)

A3) $\forall x \in A$ existe um único $y \in A$, denotado por $y = -x$, tal que $x + y = y + x = 0$ (existência de inverso aditivo)

A4) $a + b = b + a$ (comutatividade da soma)

A5) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ (associatividade do produto).

A6) $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$; $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ (distributividade à esquerda e à direita) (GONÇALVES, 2011, p. 34).

Portanto, faz-se necessário que todas estas seis condições sejam respeitadas para que um conjunto munido de duas operações, soma e produto, seja considerado um anel. Um exemplo de anel é o conjunto dos números inteiros (representado pelo símbolo $\mathbb{Z}$) com as operações usuais de soma e produto, uma vez que para todos os elementos de $\mathbb{Z}$, a associatividade da soma é garantida, existe um elemento neutro para a soma (o número zero), existe um elemento oposto (ou simétrico, ou inverso aditivo) que ao ser adicionado ao seu simétrico resulta no elemento neutro, a comutatividade da adição é garantida, a associatividade do produto é garantida e a distributividade à esquerda e à direita são garantidas.

Entretanto, o conjunto $\mathbb{N}$ não é um anel, uma vez que a condição A3 não é respeitada (não existe inverso aditivo associado aos elementos de $\mathbb{N}$). Ainda é possível identificar anéis com características especiais por garantirem algumas propriedades a mais, além das já

mencionadas. Estas propriedades adicionais podem classificar alguns anéis como: anel com unidade, anel comutativo e anel sem divisores de zero. Um anel A é dito com unidade se respeitar a seguinte propriedade:

$$\exists 1 \in A, 0 \neq 1, \text{ tal que } x \cdot 1 = 1 \cdot x = x, \forall x \in A.$$

Um anel é dito comutativo se respeitar a seguinte propriedade:

$$\forall x, y \in A, x \cdot y = y \cdot x.$$

Note, por exemplo, que o conjunto das matrizes quadradas de ordem n é um anel (pois garante todas as 6 propriedades base dos anéis), mas não é um anel comutativo, pois a comutatividade do produto não é garantida para matrizes. Esta é, inclusive, umas das propriedades que mais se destacam no estudo das matrizes no Ensino Médio, justamente por ser diferente da ideia que se construiu sobre a operação produto nos números reais: a ordem dos fatores não altera o produto. Mas, com matrizes, a ordem altera o produto sim. Tudo isso é justificado e formalizado na teoria dos anéis.

Um anel é dito sem divisores de zero se for válida a seguinte equivalência:

$$x, y \in A, x \cdot y = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } y = 0.$$

Esta equivalência é muito utilizada na Educação Básica, em especial ao resolver equações polinomiais. Por fim, temos a importante definição de que se um anel é comutativo, com unidade e sem divisores de zero, então diz-se que este anel é um domínio de integridade. É possível verificar que o conjunto dos polinômios é um domínio de integridade e é exatamente por isso que no ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica utilizamos tanto as propriedades de um domínio de integridade, pois se trabalha frequentemente com polinômios.

Por exemplo, ao resolver a equação polinomial $x^2 - x = 0$, nós podemos a reescrever como $x \cdot x - 1 \cdot x = 0$, e isso só é possível pelo fato de o conjunto dos polinômios ser um anel com unidade. Em seguida, podemos a reescrever como $x \cdot (x - 1) = 0$, e isso só é possível graças à condição A6, que diz respeito a distributividade à esquerda e à direita. Por fim, temos que se $x \cdot (x - 1) = 0$, então $x = 0$ ou $x - 1 = 0$, que implica $x = 1$. Mas só podemos fazer isso porque o conjunto dos polinômios é um anel sem divisores de zero.

Nota-se como operações extremamente comuns na Educação Básica estão diretamente relacionadas à teoria dos anéis. Mas será que o professor de Matemática consegue fazer este tipo de relação? Será que consegue justificar formalmente o porquê cada umas destas propriedades funcionam e podem ser utilizadas? Os livros didáticos, recurso muito decisivo na prática e no planejamento docente, faz menção a este tipo de relação? Não se trata de explicitar esse tipo de conhecimento sobre anéis e domínio de integridade para os estudantes da Educação Básica, uma vez que este não é um dos objetivos deste nível de ensino, mas de que os professores possam fazer estas relações, se não o que justificaria este tema estar presente na sua formação inicial?

4. Percursos Metodológicos

O presente trabalho analisou as relações estabelecidas, dentro da Educação Básica, entre o conteúdo de polinômios, presente na grade curricular do 3º ano do Ensino Médio, e a estrutura algébrica dos anéis, presente na grade curricular do ensino superior. Essas relações foram verificadas tanto com alguns professores de Matemática dessa série escolar quanto em alguns

livros didáticos, na seção direcionada ao professor, no volume pensado para o 3º ano do Ensino Médio.

A análise dos livros didáticos focou na seção direcionada ao professor, especificamente no conteúdo de polinômios, a fim de verificar se estes materiais criam relações entre as propriedades utilizadas no estudo dos polinômios e a teoria dos anéis. A escolha dos livros didáticos analisados se deve ao fato de serem estes livros aprovados pelo PNLD em 2018. As especificações dos livros didáticos analisados (autor, título, editora, ano de publicação, edição e local) podem ser observadas no Quadro 1.

Quadro 1 – Livros analisados

	Livro 1	Livro 2	Livro 3	Livro 4
Autor (es)	Gelson Iezzi	Eduardo Chavante e Diego Prestes	Luiz Roberto Dante	Joamir Souza e Jacqueline Garcia
Título	Matemática: Ciências e Aplicações	Quadrante Matemática	Matemática: contexto & aplicações	Contato matemática
Editora	Saraiva	Edições SM	Ática	FTD
Ano de publicação	2016	2016	2016	2016
Edição	9. ed.	1. ed.	3. ed.	1. ed.
Local	São Paulo	São Paulo	São Paulo	São Paulo

Fonte: O autor (2022)

A presente pesquisa não pretendeu avaliar a qualidade dos livros analisados, até porque este não é o objetivo deste trabalho, mas apenas identificar se estes recursos didáticos apresentam alguma discussão para os professores no que tange à teoria dos anéis, que estabelece as bases para os conhecimentos trabalhados dentro da temática dos polinômios. Mas reforçamos que estes materiais não tinham a responsabilidade de estabelecer tais relações.

Foi aplicado também um questionário com 4 professores de Matemática do 3º ano do ensino médio, de duas escolas públicas do agreste pernambucano, com o propósito de verificar quais relações estes professores conseguem estabelecer entre o conteúdo de polinômios que ensinam nesta série escolar e a estrutura dos anéis, estudada por eles no curso de licenciatura e que fundamenta as propriedades dos polinômios.

De acordo com Gil (2008, p.140) "Pode-se definir questionário como a técnica de investigação composta por um conjunto de questões que são submetidas a pessoas com o propósito de obter informações sobre conhecimentos, crenças, sentimentos, valores, [...]". Nessa pesquisa, o questionário é um instrumento que nos permite levantar informações sobre os conhecimentos dos professores, construindo dados relevantes para alcançar os objetivos traçados para este trabalho.

A escolha por este método de construção de dados se dá, especialmente, porque "[...] c) garante o anonimato das respostas; d) permite que as pessoas o respondam no momento em que julgarem mais conveniente; e) não expõe os pesquisados à influência das opiniões e do aspecto pessoal do entrevistador". (GIL, 2008, p.141).

O questionário aplicado com os professores e o objetivo para cada uma das suas questões pode ser observado no Quadro 2.

Quadro 2 – Questionário aplicado com os professores

Questão	Objetivo da questão								
1. Observe o exemplo resolvido abaixo, retirado do livro <i>Matemática Completa</i>, 3ª série do ensino médio, de José Ruy Giovanni e José Roberto Bonjorno. Resolver a equação $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$. Agrupando os 2 primeiros termos e os 2 últimos, fatoramos o 1º membro da equação: $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0 \Rightarrow x^2(x + 1) - 4(x + 1) = 0$ $(x + 1)(x^2 - 4) = 0$ Como o produto é zero, temos: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \therefore x = 2 \text{ ou } x = -2$ $S = \{-2, -1, 2\}$ Na resolução desta equação foram aplicadas diversas propriedades que decorrem do fato de o conjunto dos polinômios, como uma estrutura algébrica, ser um domínio de integridade. Justifique cada um dos passos resolutivos desta equação utilizando as propriedades da estrutura dos anéis. <table border="1"> <thead> <tr> <th>Passo resolutivo</th><th>Justificativa</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td> $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$ $\Rightarrow x^2(x + 1)$ $-4(x + 1) = 0$ </td><td></td></tr> <tr> <td> $(x + 1)(x^2 - 4) = 0$ Como o produto é zero, temos: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x^2 - 4 = 0$ </td><td></td></tr> <tr> <td> $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \therefore$ $x = 2 \text{ ou } x = -2$ </td><td></td></tr> </tbody> </table>	Passo resolutivo	Justificativa	$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$ $\Rightarrow x^2(x + 1)$ $-4(x + 1) = 0$		$(x + 1)(x^2 - 4) = 0$ Como o produto é zero, temos: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x^2 - 4 = 0$		$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \therefore$ $x = 2 \text{ ou } x = -2$		Identificar se os professores conseguem justificar as propriedades utilizadas em cada passo resolutivo à luz da Teoria dos anéis, percebendo então quais relações conseguem fazer entre o que estudaram na licenciatura e o que ensinam em sala de aula.
Passo resolutivo	Justificativa								
$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$ $\Rightarrow x^2(x + 1)$ $-4(x + 1) = 0$									
$(x + 1)(x^2 - 4) = 0$ Como o produto é zero, temos: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x^2 - 4 = 0$									
$x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \therefore$ $x = 2 \text{ ou } x = -2$									
2. Observe a assertiva abaixo, retirada do livro <i>Matemática – Paiva</i>, 3ª série do ensino médio, de Manoel Paiva (grifo nosso). O produto dos polinômios $P(x)$ e $Q(x)$, que se indica por $P(x) \cdot Q(x)$, é o polinômio obtido pela soma dos produtos de cada monômio de P por todos os monômios de Q. Valem para a multiplicação as propriedades associativa, comutativa e elemento neutro, além das distributivas em relação à adição e à subtração.	Verificar os conhecimentos específicos do professor sobre os anéis, a fim de verificar a herança que o estudo destes na graduação propiciou aos conhecimentos daqueles.								

Questão	Objetivo da questão
Das propriedades dos polinômios grifadas no texto, que ditam o que é e o que não é possível se fazer na multiplicação entre eles, (a) qual (is) delas é (são) imediata (s) do fato do conjunto dos polinômios ser um anel? Justifique. (b) qual (is) delas não é (são) comum (uns) a todos os anéis?	

Fonte: O autor (2022)

Todas as questões presentes no questionário foram retiradas de livros didáticos do 3º ano do Ensino Médio. As propriedades utilizadas nas suas resoluções são apresentadas, em geral, sem justificativa alguma na Educação Básica. Todavia, os docentes conhecem (ou deviam conhecer) essas justificativas em decorrência da sua formação inicial na licenciatura, na qual são apresentadas e discutidas as estruturas algébricas, em especial os anéis. Os objetivos das questões versam exatamente sobre isso, identificar se os professores conseguem estabelecer estes *links* entre o que estudaram na licenciatura e o que ensinam na Educação Básica.

Após uma análise qualitativa dos questionários respondidos pelos professores e dos livros didáticos, compilamos os principais resultados identificados, o que pode ser observado a seguir.

5. Análise Dos Resultados

A partir da análise realizada nos livros didáticos do Ensino Médio e dos questionários aplicados com os professores, pudemos observar alguns elementos muito característicos, que serão apresentados nos tópicos a seguir: primeiramente, o que foi observado na análise dos livros didáticos e, em seguida, o que foi observado na análise dos questionários respondidos.

5.1 Livros Didáticos

Foram analisados quatro livros didáticos do 3º ano do Ensino Médio, todos aprovados pelo PNLD. A investigação voltou-se à seção destinada especificamente ao professor, pois o desenvolvimento teórico dos conteúdos para os estudantes não poderia trazer discussões sobre domínios de integridade e anéis, visto que estes temas norteadores das estruturas algébricas não estão presentes nos currículos da Educação Básica.

Todavia, a parte voltada a dialogar diretamente com o profissional docente poderia sim trazer algumas destas observações, mesmo que não seja uma obrigatoriedade, a fim de fundamentar com mais criticidade as propriedades que serão utilizadas e ensinadas pelo professor. Seria uma contribuição ímpar à prática docente.

Em todos os livros analisados não foi identificada nenhuma menção às estruturas algébricas dos anéis, nenhuma orientação, correlação ou indicação de aprofundamento complementar. Esta ausência contribui para um abismo maior entre o que é estudado e pesquisado na graduação, na formação inicial do professor de Matemática, e o que é propriamente ensinado na Educação Básica.

5.2 Questionários

O questionário foi aplicado com quatro professores de matemática do 3º ano do Ensino Médio de escolas do agreste pernambucano. Os indivíduos serão identificados como D1, D2, D3 e D4, respectivamente, Docente 1, Docente 2, Docente 3 e Docente 4. Foi possível perceber que, embora alguns docentes soubessem justificar razoavelmente bem as etapas do processo resolutivo da equação, na questão 1, eles não conseguiram realizar uma mínima associação entre o método aplicado e a teoria dos anéis. No primeiro passo resolutivo da questão 1, o D1 justificou escrevendo *“Isolou o termo comum em cada parte”*, já o D2 justificou afirmando que *“isola o fator comum, da variável x (com menor expoente) e o fator comum (4)”*, enquanto que o D3, por sua vez, respondeu que *“através da evidência entre termos em comum foi possível agrupá-los dessa forma”*.

Em todas as justificativas, nota-se uma linguagem mais informal ao tentar justificar as operações utilizadas (chegando a pecar conceitualmente, em alguns casos, por exemplo, no momento em que o D2 chamou o x de variável, quando na verdade é uma incógnita), sem apresentar uma roupagem mais formal e abstrata, muito menos a menção às propriedades dos anéis, demonstrando desconhecimento ou esquecimento em relação a estas. O uso de uma linguagem mais informal pode ser compreendido como um reflexo da própria prática docente dos pesquisados, que privilegia tornar os conceitos mais acessíveis ao seu público (em geral, adolescentes).

Quando a linguagem se adapta ao público, mas não descaracteriza os conceitos matemáticos, ela pode ser bem-vinda. Todavia, atropelar os conceitos em prol de facilitar a compreensão é uma ação injustificável e, muitas vezes, é apenas uma cortina para cobrir o desconhecimento do próprio docente em relação aos conceitos trabalhados. Por exemplo, no segundo passo resolutivo da questão 1, o D1 o justificou afirmando que *“Igualou cada parte ao resultado correspondente, no caso ‘zero’”*. Infere-se desta colocação que o D1 além de não reconhecer o conjunto dos polinômios como um domínio de integridade, o que justificaria suficientemente o processo utilizado, não apresenta nem as concepções básicas de polinômios necessárias à Educação Básica. Refere-se aos fatores algébricos como “partes” e ao segundo membro da equação polinomial como “resultado”, o que não se trata apenas de utilizar uma linguagem diferenciada ao explicar o processo, mas principalmente de desconhecer alguns conceitos envolvidos.

Ainda no segundo passo resolutivo da questão 1, o D3 colocou que *“como o produto da multiplicação desses dois termos é zero, então ou o 1º termo é zero ou o 2º termo é zero. Depois é só isolar e encontrar o valor da incógnita”*. Aqui, a justificativa é coerente, entretanto o docente não apresenta nenhuma justificativa baseada nas propriedades da estrutura dos anéis, como solicitado. A questão 2 não foi respondida por nenhum dos docentes. O D4 não conseguiu responder a nenhuma das questões, nem a primeira nem a segunda, indicando *“não sei responder”* ou *“não lembro”* em suas respostas.

Percebe-se então que os cursos de formação inicial para professores de Matemática podem não estar cumprindo bem a sua função de relacionar os conteúdos trabalhados a nível de ensino superior, como a teoria dos anéis, com os conteúdos trabalhados a nível da Educação Básica, como os polinômios, ainda que estejam ambos intimamente relacionados. Isto pode acabar conferindo aos conhecimentos sobre anéis desenvolvidos na graduação, em especial para

os professores da Educação Básica, um adjetivo de inutilidade na prática docente, o que sem dúvida não foi seu objetivo ao ser inserido na ementa do curso de licenciatura em Matemática. Não foi estudado para ser esquecido ou para não agregar na formação do profissional.

6. Considerações Finais

A partir das respostas apresentadas pelos professores pesquisados, percebe-se que a descontinuidade denunciada por Felix Klein sobre a qual Giraldo (2018) discorreu, entre o que se aprende na Educação Básica e o que se aprende na Educação Superior, ainda é uma realidade na formação de professores de Matemática no Brasil. Os anéis, domínios e corpos são estruturas algébricas presentes em temas importantíssimos no campo da álgebra para a Educação Básica como, por exemplo, os conjuntos dos números inteiros, racionais, reais, os conjuntos dos polinômios e das matrizes.

A compreensão por parte do professor das propriedades que definem tais estruturas é muito importante para que ele seja capaz de auxiliar os estudantes na construção dos seus conhecimentos a respeito dos temas citados acima. Tal domínio possibilita ao professor produzir justificativas coerentes com a teoria matemática, embora estas não precisem necessariamente serem demonstrações formais, como Simon (1996) exemplifica dentro do campo da geometria. Entretanto, a falta de relações criadas pelos professores entre a Matemática vista no Ensino Superior e aquela que ensinam na Educação Básica evidencia que talvez esta compreensão e domínio não esteja sendo estimulada suficientemente pelos professores universitários que trabalham estes temas. Assim como os livros didáticos, que parecem não valorizar este tipo de relação nas orientações direcionadas diretamente aos professores.

Em suma, o domínio das estruturas algébricas dos anéis, domínios e corpos emancipa o professor de Matemática em sua prática docente na sala de aula. Portanto, é de fundamental importância romper com esta dupla descontinuidade do processo de formação docente para que aquilo que é estudado pelos professores em sua formação impacte positivamente no seu ensino e contribua para que avancemos em direção da tão almejada qualidade da educação.

7. Referências

CAVALCANTI, J. D. B. Reflexões e encaminhamentos sobre a formação de professores nos cursos de licenciatura em matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12, 2016, São Paulo. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/autores-J.html>>.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O Lugar das Matemáticas na Licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas?. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, SP; v. 27, n.47, p. 917-938, dez. 2013.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. - São Paulo: Atlas, 2008.

GIRALDO, V. Formação de professores de matemática: para uma abordagem problematizada. **Ciência e Cultura**, São Paulo, SP; v. 70, n. 1, p. 37-42, Jan. - Mar. 2018.

GONÇALVES, A. **Introdução à álgebra**. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.



III Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática

Temática: Práticas Pedagógicas de Professores que Ensinam Matemática Pós-Pandemia



MANRIQUE, A. L. **Licenciatura em matemática: formação para a docência x formação específica.** Educ. Matem. Pesq., São Paulo, v. 11, n.3, pp. 515-534, 2009.

MOREIRA, P. C. DAVID, M. M. M. S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. **Revista Brasileira de Educação**, n. 28, p. 50-62, 2005.

NETO. **Didática da matemática.** 11. ed. São Paulo: Ática, 2008.

SIMON, S. Beyond inductive and deductive reasoning: the search for a sense of knowing. **Educational Studies in Mathematics.** n. 30, p. 197-210, 1996.